

ОБОБЩЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДРЕВЕСНОЙ РАСТИТЕЛЬНОСТИ И ИХ СВЯЗИ

А.А. Коновалов

Институт проблем освоения Севера СО РАН, г. Тюмень

konov7@rambler.ru

Эффективным способом обобщения результатов наблюдений за различными природными объектами является приведение их к относительному (безразмерному) виду:

$$J = (x - x_{min}) / (x_{max} - x_{min}), \quad (1)$$

где x , x_{max} и x_{min} – текущее, максимальное и минимальное размерное значение наблюдаемого показателя, причем часто $x_{min} \approx 0$; J – его текущее значение в относительном виде.

При таком обобщении все множество показателей заключается в наглядно предстывимый интервал $0 \dots 1$, что резко сокращает объем фактических данных, необходимый для установления количественных связей между ними и позволяет корректно сравнивать разнородные и разноразмерные величины, делает решение, полученное для каких-нибудь одних условий, универсальным, пригодным для всех. При этом раскрываются общие закономерности развития экосистем, их подобие.

Реализацию этого метода и его аналитические возможности продемонстрируем на примере обобщения взаимосвязей параметров древесной растительности.

1. К.С. Бобкова с соавторами (2008) установили количественные связи массы (m) древесной зелени и хвои сосны с ее диаметром (d) на высоте 1,3 м в северной и средней тайге для всех типов леса на территории Коми. Для выражения результатов в размерном виде понадобилось более десятка формул. Исходные параметры для расчетов по формуле (1) сведены в табл. 1.

Таблица 1

Экстремальные величины размерных диаметра ствола d_{max} , d_{min} (см), массы зелени (z) и хвои (x) сосны m_{max} , m_{min} (кг/дерево)

Подзона	d_{min}	m_{min}	$d_{max}(z)$	$m_{max}(z)$	$d_{max}(x)$	$m_{max}(x)$
Сев. тайга	0	0	40	91	40	63
Ср. тайга	0	0	40	76	40	46

По этим данным построены графики зависимости безразмерной массы зелени и хвои $J_m = m / m_{max}$ сосны от безразмерного диаметра ствола $J_d = d / d_{max}$ и найдены их аппроксимации в форме полинома 2-й степени:

$$J_m = A J_d^2 + B J_d. \quad (2)$$

Достоверность аппроксимации высокая – $R^2 \geq 0,998$. Значения коэффициентов A и B в (2) для массы зелени и хвои в северной (1z, 1x) и средней (2z, 2x) тайге даны в табл. 2. Входящие в формулы $(J_d)^2$ и J_d – это безразмерные площадь ствольного круга и длина окружности (коры), существующие в режиме единства и оппозиции друг к другу (кора защищает ствол, но и сдерживает его радиальный рост). Численные коэффициенты перед ними, отражающие уровень их взаимодействия, в сумме примерно равны 1. Обращает на себя внимание близость их соотношения к пропорции золотого сечения (ЗС). Золотым се-

чением называют иррациональное число $\varphi = 1,61803\dots$ или обратную величину $0,61803\dots$ (Сороко, 1984). Это наиболее распространенное соотношение близких к равновесию оппозиций во многих системах мироздания, например, климатических (Коновалов, Иванов, 2007), обеспечивающее их гармонию и устойчивость.

Таблица 2

Значения коэффициентов в формуле (2)

Индекс	1з	1х	2з	2х	3С
A	0,610	0,648	0,651	0,673	0,618
B	0,393	0,357	0,340	0,329	0,382

В табл. 3 приведены результаты расчетов J_m по формуле (2) для выделенных в табл. 2 вариантов. Из нее видно, что всегда получаются близкие величины J_m , примерно равные, рассчитанной при значениях $A=0,618$ и $B=0,382$, соответствующих 3С (столбец 5).

Таблица 3

Зависимость J_m от J_d

№	1	2	3	4	5	№	1	2	3	4	5
J_d	$J_{m.1з}$	$J_{m.1х}$	$J_{m.2з}$	$J_{m.2х}$	$J_{m.3С}$	J_d	$J_{m.1з}$	$J_{m.1х}$	$J_{m.2з}$	$J_{m.2х}$	$J_{m.3С}$
0	0	0	0	0	0	0,6	0,46	0,45	0,46	0,45	0,45
0,2	0,08	0,09	0,09	0,09	0,1	0,8	0,71	0,69	0,72	0,72	0,70
0,4	0,25	0,24	0,24	0,23	0,25	1	1	1	1	1	1

2. Многолетний ход относительного диаметра деревьев разной породы тоже хорошо описывается формулой типа (2) (Коновалов, Арефьев, 2008) в двух модификациях, различающихся знаком A : в формуле для светолюбивых растений (сосны, кедр, лиственницы...) A имеет знак минус, в формуле для теневыносливых (пихты, ели...) – плюс.

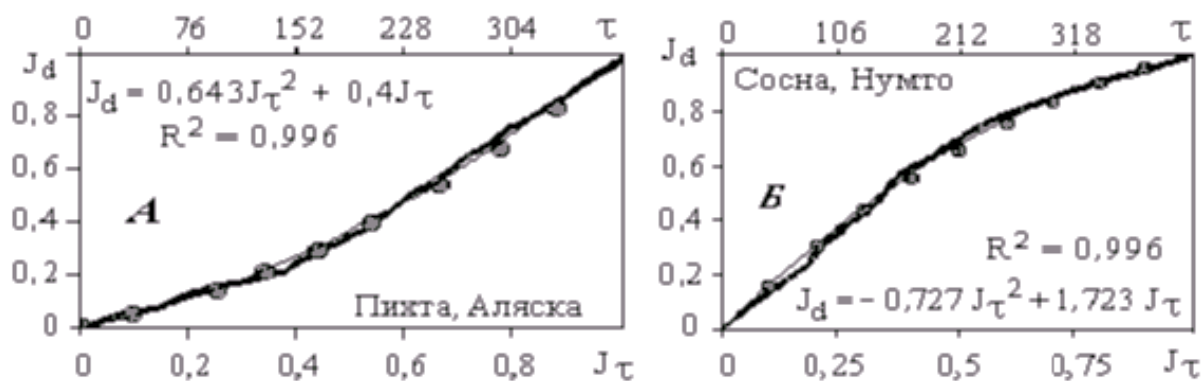


Рис. 1. Зависимость j_d от j_τ для пихты на Аляске (А) и сосны в Нумто (Б)

На рис. 1А и Б приведены примеры зависимости безразмерного диаметра J_d от безразмерного времени $J_\tau = \tau / \tau_{max}$ (τ – текущее время, годы; τ_{max} – возраст дерева на период наблюдений) для сосны в северной тайге (пос. Нумто) по наблюдениям С.П. Арефьева и пихты на Аляске (Карлстром, 1966). Величины безразмерного диаметра отложены на оси ординат, безразмерного времени – на оси абсцисс, размерного времени – на верхней горизонтальной оси. Начало отсчета на графике 1А – 1578 год, на графике 1Б – 1579 год. Кружками обозначены J_d , вычисленные по формуле (3) – на рис. 1А, и формуле (6) – на рис. 1Б, коэффициенты которых точно соответствуют пропорции 3С:

$$J_d = 0,618 (J_\tau)^2 + 0,382 J_\tau, \quad (3)$$

$$J_d = -0,618 (J_\tau)^2 + 1,618 J_\tau, \quad (4)$$

Кривыми показан многолетний ход J_d по данным наблюдений – толстые линии, и его аппроксимации – тонкие линии; из-за высокой достоверности формул и те и другие почти сливаются. Как и в выражениях зависимости J_m от J_d , коэффициенты этой зависимости находятся в пропорции, близкой к ЗС.

Анализ показал, что квадратичные формулы (3) и (4) с приемлемой погрешностью можно заменить степенными вида $J_d = J_\tau^g$ с показателями степени, равными 1,618 для вогнутых кривых или 0,618 для выпуклых. Степенные функции такого вида по точности несколько уступают квадратичным, зато, благодаря их структуре, в них в качестве исходных размерных величин можно использовать любую пару соответственных значений аргумента и функции, необязательно максимальных. Оба типа формул, как будет показано и в последующих примерах, инварианты для различных условий произрастания; особенности последних отражаются в величинах любых соответственных пар размерных значений аргумента и функции.

3. В табл. 4 приведена удельная продуктивность сосны (P , %) в разном возрасте в Приангарье по данным Н.В.Артемяева с соавторами (1989). Удельная продуктивность дерева (или древостоя) – это ежегодный прирост объема одного кубометра ствола (древостоя).

Таблица 4

Удельная продуктивность сосны (P , %) в разном возрасте (τ , лет)

τ , лет	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115
P , %	8,6	7,6	6,1	4,8	3,9	3,2	2,5	1,9	1,4	1,1	0,8

Величина P со временем убывает. Возрастает износ дерева i – параметр, обратный продуктивности, равный разнице между ее максимальным и текущим значениями: $i = 8,6 - P$. Максимум I , согласно табл. 4, соответствует возрасту 115 лет, минимум – 15 лет.

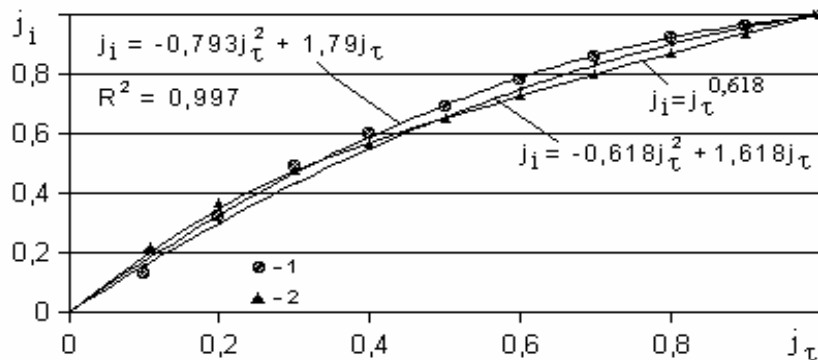


Рис. 2. Графики и формулы зависимости j_i от j_τ
(1 – фактические данные, 2 – расчет по степенной формуле)

С помощью формулы (1) и табл. 4, определяем обобщенные значения относительного удельного износа $j_i = 1 - [(P - 0,8) / (8,6 - 0,8)]$ и возраста $j_\tau = (\tau - 15) / (115 - 15)$ и строим график зависимости $j_i(j_\tau)$ – рис. 2. Из рис. 2 видно, что она хорошо описывается квадратичной и

степенной формулами с коэффициентами близкими к ЗС. Это свидетельствует о ее устойчивости. Выражения возрастной зависимости относительного износа и диаметра ствола практически совпадают (ср. с рис.1Б), т.е. с увеличением размеров дерева его относительная продуктивность уменьшается, а относительный износ увеличивается.

4. А.С. Ледяева (2007) установила формулы связи между относительной высотой $J_h = h/h_{max}$ и диаметром $J_d = d/d_{max}$ сосны, ели, березы и осины в Ленинградской области. Анализ результатов расчетов по этим формулам показал, что их можно заменить одной обобщенной формулой: $J_h = 1,89J_d^3 - 4,38J_d^2 + 3,51J_d$.

При известных диаметре и высоте ствола несложно вычислить его объем j_v и найти зависимость $j_v(j_d)$. Эта зависимость и ее аппроксимация показаны на рис. 3, здесь же приведены две формулы этой связи с учетом ЗС – квадратичная и степенная и их кривые. Кривая, построенная по фактическим данным (помеченных кружками), довольно близка к этим кривым. Площадь между этой кривой и кривыми, рассчитанными по формулам ЗС, очевидно характеризует степень неустойчивости в системе диаметр-объем ствола.

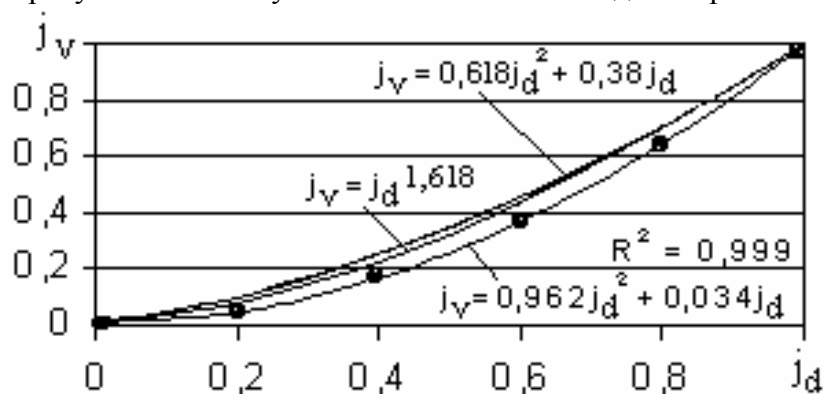


Рис. 3. Графики и формулы зависимости j_v от j_d

5. Взаимозависимости между размерными величинами густоты насаждений, фитомассы и диаметра ствола в сосновых молодняках Приангарья детально исследованы Л.С. Пшеничниковой (1989). Получены количественные выражения связей, в частности фитомассы (кг) и диаметра (см) в степенном виде, найдены значения численных коэффициентов в этих выражениях для дерева в целом и его фракций (ствола, ветвей, хвои, корней) при разной густоте насаждений ($G = 100, 300, 500, 700, 900$ тыс. стволов на га).

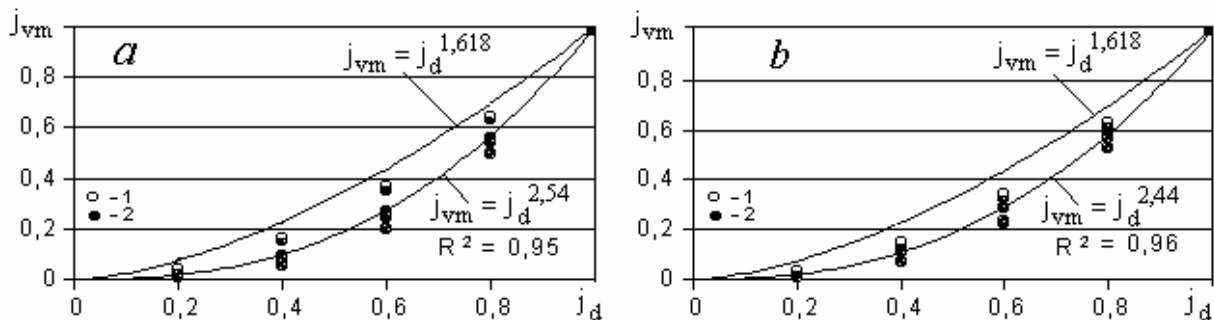


Рис. 4. Графики и формулы зависимости j_{vm} от j_d при $G=700$ (1) и $G=100...500, 900$ (2) для хвойной фракции (а) и всего дерева (б)

Установлено, что при любой густоте насаждений фитомасса, в отличие от продуктивности с увеличением диаметра растет; максимальный запас фитомассы наблюдается при $G \approx 700$. С понижением и повышением G относительно этой величины, фитомасса убывает. Примеры графиков зависимости относительной фитомассы j_{vm} от относительного

диаметра ствола j_d , рассчитанных по этим данным с помощью формулы (1) при разных значениях G , представлены на рис. 4. Верхняя кривая на этих рисунках построена по степенной формуле ЗС с показателем степени 1,618, нижняя – по фактическим данным. Из рисунка следует, что при всех G , а особенно при его оптимуме ($G = 700$) связь фитомассы соснового молодняка с диаметром довольно близка к устойчивому равновесию, определяемому формулами ЗС. В то же время кривые на этих графиках дальше отстоят от кривой ЗС (лежат ниже), чем на графиках рис. 1-3, что, по-видимому, связано с большей неустойчивостью молодых деревьев, по сравнению с более зрелыми. Выражения зависимости j_{vm} от j_d инвариантны для всех четырех древесных фракций и дерева в целом – соответствующие экспериментальные точки почти накладываются друг на друга.

Для перехода от безразмерной величины, например массы дерева или какой-либо его фракции, к размерной нужно знать хотя бы одну пару его соответственных размерных значений (для надежности – не менее трех) для конкретной породы дерева. Приведенные выше формулы и примеры относятся к сосне. Но установленные закономерности связи относительных параметров дерева актуальны и для других пород. Покажем, как можно перейти от свойств одной древесной породы, в частности сосны, к одноименным свойствам других пород.

Свойства древесных пород, как и всех физических тел, в большой степени, часто почти однозначно, определяются их плотностью ρ . Анализ справочного материала (Михайличенко, Сметанин, 1989), и расчеты показали, что плотность древесины зависит, в основном, только от влажности, причем эта зависимость линейна, а отношения плотностей любых двух древесных пород (k_c) практически постоянно при любой влажности (отличаются не более чем на 3%). Например, отношения плотности лиственницы, ели, пихты, березы и осины к плотности сосны при любой влажности с погрешностью меньше 3% равны, соответственно: 1,32; 0,89; 0,73; 1,25 и 0,98. Покажем, что отношение массы любого дерева (и его фракций) к массе сосны (и ее фракций) для каждого значения d равно отношению их плотностей – k_c . Плотность одного кубического сантиметра ствола $\rho = m/(\pi d \cdot l \text{ см}^3)$. Расписав это выражение для плотностей сосны ρ_c и какого-нибудь другого дерева, параметры которого требуется определить, например ели – ρ_e , и разделив их друг на друга при одинаковом значении d , после простого преобразования (d при этом сокращается), получаем формулу перехода от массы сосны к массе ели (или любого другого дерева):

$$m_e = m_c \rho_e / \rho_c = m_c k_c.$$

ЛИТЕРАТУРА

Бобкова К.С., Тужилкина В.В., Робакидзе Е.А. Ресурсная характеристика древесной зелени *Pinus silvestris* (Pinaceae) в лесах северо-востока европейской России // Растительные ресурсы. 2008. Т. 44, вып. 1. С. 51-59.

Карлстром Т.В. История оледенения Аляски и ее значение для теории палеоклимата // Солнечная активность и изменения климата. Л.: Гидрометеоздат, 1966. С. 119-177.

Коновалов А.А., Иванов С.Н. Климат, фитопродуктивность и палиноспектры: связи, распределение и методика палеореконовструкций. Новосибирск: Гео, 2007.

Коновалов А.А., Арефьев С.П. Деформационная модель радиального роста древесных растений // Материалы Междунар. конф. «Биоразнообразие». Т. 1. Пенза, 2008. С. 75-78.

Ледяева А.С. Обоснование оптимального раскроя хлыстов методом линейного программирования: Автореферат дисс. ... канд. техн. наук. СПб, 2007. 18 с.

Сороко Э.М. Структурная гармония систем. Минск: Наука и техника, 1984.

Михайличенко А.Л., Сметанин И.С. Практикум по древесиноведению и лесному товароведению. М.: Лесн. пром-сть, 1989.