

Г. С. Розенберг, В. К. Шитиков, П. М. Брусиловский

ЭКОЛОГИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

(Функциональные предикторы временных рядов)

Российская Академия наук
ИНСТИТУТ ЭКОЛОГИИ ВОЛЖСКОГО БАССЕЙНА

Г.С.Розенберг, В.К.Шитиков, П.М.Брусиловский

ЭКОЛОГИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ
(Функциональные предикторы временных рядов)

Тольятти

1994

УДК 519.237:577.4;551.509

Розенберг Г.С., Шитиков В.К., Брусиловский П.М. Экологическое прогнозирование (Функциональные предикторы временных рядов). - Тольятти, 1994. - 182 с.

Рассмотрены теоретические и прикладные вопросы прогнозирования временной динамики экологических систем методами статистического анализа. Обсуждаются основные парадигмы и общая методология экологического прогнозирования. С использованием конкретных примеров наблюдений за компонентами экосистем оценивается работоспособность и эффективность методов классического математического анализа временных рядов, интерполяции тренда полиномами, сплайнами, моделями регрессии и МГУА. Приведено описание алгоритмов получения комплексных прогнозов коллективами предикторов. Обсуждаются проблемы получения долгосрочных прогнозов методами конечных автоматов.

Книга предназначена для специалистов, занимающихся методами прикладной статистики в экологии, метеорологии, медицине и других областях знаний, а также в качестве учебного пособия для студентов старших курсов.

Табл. - 12; ил.- 42; библиогр. - 189.

Рекомендовано к печати Ученым советом Института экологии Волжского бассейна РАН.

Отв.редактор: д.б.н. Меншуткин В.В. (г.Санкт-Петербург)

445003, Россия, Самарская обл., г.Тольятти, ул.Комзина, 10 Институт экологии Волжского бассейна РАН, тел.(8469) 28-95-04

С Розенберг Г.С., Шитиков В.К., Брусиловский П.М., 1994

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая монография по своей теме весьма актуальна: любая экологическая экспертиза так или иначе нуждается в прогнозировании. Состоявшийся в июне 1993 г. в Санкт-Петербурге международный симпозиум "Теория и практика комплексных экологических экспертиз" показал насущную практическую необходимость разработки достаточно надежных методов экологического прогнозирования, что совпадает с научными усилиями авторов рассматриваемого труда.

По содержанию, стилю изложения, а так же по составу потенциальных читателей книга распадается на две части. Первая часть (Введение и глава 1) - это живо и хорошо написанный обзор современного состояния проблемы и перспектив экологических прогнозов. Очень широкий круг специалистов - от профессиональных статистиков, прикладных математиков и экологов до работников самых разнообразных экологических комитетов, отделов и комиссий административных, законодательных и других органов - с большим интересом и несомненной пользой для себя прочтет эти разделы книги. Остальная часть монографии (главы 2, 3, 4 и 5, а также приложение) носит специальный характер и адресована, в первую очередь, пока немногочисленному, но постоянно расширяющемуся слою неортодоксальных биологов, которые после полевого сезона садятся за персональные компьютеры и пытаются извлечь "зерна истины", рассыпанные в громадных файлах экологической информации объемом в многие мегабайты. Вот им то и будет очень ценен опыт работы авторов с системами "Мезозвр", "SSP" и отечественными разработками МГУА.

Практические пользователи пакетов статистических компьютерных программ (особенно зарубежного происхождения) будут благодарны авторам книги за большой труд апробирования самых различных и подчас экзотических методов прогнозирования и статистического анализа на конкретном экологическом материале. Конечно, выводы о том, что приложимо в каждом конкретном случае, а что не имеет смысла и "фантастично" (по выражению авторов, с.73) придется делать читателям, но легкого чтения этой части книги никто и не обещал.

Не следует обвинять авторов монографии в том, что они не добились гармонического сочетания первой и второй части: попробуйте выразить принцип omnipotentности В.В.Налимова в терминах теории стационарных случайных процессов... Следуя традиции авторов предпосылать главам стихотворные эпиграфы, подобную ситуацию можно интерпретировать таким советом:

*Если вы окно разбили,
Не спешите признаваться.
Погодите, - не начнется ль
Вдруг гражданская война.
Артиллерия ударит,
Стекла вылетят повсюду,
И никто ругать не станет
За разбитое окно.*

Г.Остер. Вредные советы. М: "Росмэн", 1994

По всей видимости, прогнозировать "гражданскую войну" при помощи многорядного алгоритма МГУА авторы в явной форме не рекомендуют.

Значение монографии не в том, что предлагаются конкретные рецепты прогнозирования экологических процессов на основе анализа временных рядов, а в том, что здесь убедительно показывается недостаточность описываемого математического аппарата для решения задач экологического прогнозирования. Знать же методы, которые предлагают авторы, очень полезно и нужно для всякого, кто занимается экологическими прогнозами или имеет к ним отношение. Но еще важнее понимать, что при помощи только этих методов, которые излагаются в книге, экологический прогноз невозможен. Резким контрастом первой и второй части монографии

авторы очень хорошо подчеркнули эту мысль. Пафос книги видится в демонстрации незавершенности и открытости аппарата экологического прогнозирования. Не будем отнимать у читателя замечательного права самому внести нечто новое в данную проблематику, ибо монография Г.С.Розенберга, В.К.Шитикова и П.М.Брусилковского всем своим содержанием призывает к этому.

*Лауреат Государственной премии СССР, доктор
биологических наук, профессор
В.В.Меншуткин*

БЛЕСК И НИЩЕТА ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ (вместо введения)

Гадать надо умеючи. В этом деле существуют разные теории, но имейте в виду, что десятка пик никогда не означает дороги.

Карел Чапек

"Существует широкий класс явлений, в которых объектом наблюдения служит какая-либо числовая величина или последовательность числовых величин, распределенные во времени. Температура, непрерывно записываемая самопишущим термометром; курс акций на бирже в конце каждого дня; сводка метеорологических данных, ежедневно публикуемая бюро погоды, - все это временные ряды, непрерывные или дискретные, одномерные или многомерные. Эти временные ряды меняются сравнительно медленно, и их вполне можно обрабатывать посредством вычислений вручную или при помощи обыкновенных вычислительных приборов, как счетные линейки и арифмометры. Их изучение относится к обычным разделам статистической науки." (Винер, 1968, с. 115).

На протяжении всей истории у человечества постоянно возникают задачи, на которые в рамках имеющегося знания трудно получить однозначный ответ. Последние годы общество интересовало, например, такие проблемные вопросы: "Что будет с экосистемой Балтийского моря в 2021 году?", "Как изменится экологическая ситуация при переброске вод северных рек в аридные районы?", "В каком направлении пойдет развитие рыночной экономики в России?", "К каким последствиям может привести нарушение озонового слоя атмосферы?" и т.д. Проблемы такого рода повсеместно возникают как у специалистов, непосредственно изучающих сложные системы, так и у лиц, принимающих решения о том или ином характере использования этих систем.

С древнейших времен (и по сегодняшний день) люди верили в то, что их будущее определяется богами и познать его можно лишь прибегнув к магии или гаданию. Все окружающие человека явления природы и его собственное развитие объяснялись воздействием фантастических или мифических сил. Однако и в те далекие времена человек смутно осознавал, что события будущего каким-то образом связаны с настоящим и прошлым. Сейчас трудно сказать, кто был первым прогнозистом, но достоверно известно, что с очень давних времен существовал (и существует по сей день) "институт предсказателей" - пророков, оракулов, авгуров, шаманов, астрологов и др.

Из истории Древней Греции хорошо известен своими оракулами славный город Дельфы. Прогноз этих оракулов отличался от обычных пророчеств отдельных прорицателей тем, что он

обсуждался на совете дельфийских мудрецов, тщательно знакомившихся со всеми обстоятельствами прогнозируемой ситуации.

Авгуры - коллегия жрецов в Древнем Риме, назначенных, по преданию, первым римским царем Ромулом, - гадали и строили прогнозы по поведению птиц (полеты птиц были своеобразными "моделями", с помощью которых надо было вывести настоящее из прошлого). Без предсказаний авгуров не проводилось ни одно сколько-нибудь серьезное государственное мероприятие Древнего Рима.

И вот сегодня, в соответствии с крылатым выражением "все новое - это хорошо забытое старое", исследователи вновь вспомнили и авгуров, и дельфийских оракулов. Чтобы проиллюстрировать это, приведем несколько цитат известных экологов и специалистов в области экологического прогнозирования.

Доктор биологических наук Н.Ф.Реймерс (1990, с. 409): "Прогнозирование экологическое - предсказание возможного поведения систем, определяемого естественными процессами и воздействием на них человечества".

Академик В.Е.Соколов (1979, с. 5): "...Экологическое прогнозирование охватывает сложный комплекс объектов - от природных экосистем до промышленных и сельскохозяйственных. Одними из центральных компонентов прогнозирования являются экосистемы... Одна из целей прогнозирования - сохранение природных ресурсов на высокопродуктивном уровне, который может быть использован в течение неопределенно продолжительного времени".

Доктор биологических наук Ю.З.Кулагин (1980а, с. 15; 1980б, с. 36; 1985, с. 10): "...Для экологии прогнозирование стало настолько значимым, что современный этап ее развития характеризуется интенсивным формированием экологического прогнозирования как самостоятельного научного направления. Это связано с резко возросшей актуальностью принятия защитных превентивных мер по отношению к отдельным видам и биоценозам; очевидна и жизненная необходимость экологических прогнозов для перспективных народнохозяйственных планов и проектирования новых технологий по использованию природных ресурсов... Под экологическим прогнозированием целесообразно понимать создание таких обобщений и методов, которые обеспечивают выработку прогностических оценок по отношению к особям и популяциям видов, о судьбе которых мы беспокоимся... Сугубо практический аспект прогнозирования требует подчеркнуть обязательную заблаговременность и необходимое дальное действие прогноза, его тесные связи с проектированием и перспективными планами. От экологического прогнозирования принципиально нельзя требовать предельно точных картин будущего и однозначного предсказания конкретных деталей организации вида, динамики его популяции в еще не реализованных условиях... Исходя из современного уровня развития теории и методов экологического прогнозирования, необходимо сделать более интенсивным процесс изучения биологических компонентов экосистем и анализировать полученные результаты в комплексе с данными других наук с целью повышения точности и дальности действия прогноза последствий от современного техногенеза".

Доктор биологических наук В.Д.Федоров (1983, с. 10, 22, 23): "Уточняя понятие экологического прогноза, мы должны касаться прежде всего изменений природных экосистем, их состава и структуры, а также уровня функционирования и степени устойчивости к неблагоприятному воздействию извне... Существуют две противоположные крайние точки зрения на экологический прогноз. Согласно одной, поддерживаемой главным образом частными экологами - специалистами по экологии различных таксономических групп, в прогнозе вообще не нужно никакого системного подхода... Сторонники другой позиции утверждают, что поведение экосистемы невозможно свести к закономерностям поведения популяций, видят в применении имитационного моделирования отображение возможности учета эмерджентных свойств (свойств целого, отсутствующих у компонентов системы или не выводимых из знания этих свойств у компонентов. - Г.Р., В.Ш., П.Б.) и считают конструирование и изучение на ЭВМ

свойств таких больших, дорогостоящих и громоздких моделей - единственно приемлемой, подлинно научной основой экологического моделирования... Существует, конечно, еще компромиссное мнение, когда экологи говорят о разумных началах каждого из подходов и возможностях их синтеза".

Доктор биологических наук Л.Н.Зимбалева (1980, с. 5): "Если считать экологическое прогнозирование конечным и обязательным результатом исследований системной экологии, то основным его методом должно стать математическое моделирование как формальное упрощение сложных экосистем, как абстрактное отображение реального мира".

Доктор биологических наук Г.Е.Михайловский (1983, с. 55): "Экологический прогноз может быть основан на одном из двух методологических подходов: во-первых, на создании динамической модели исследуемой системы и анализе ее поведения во времени, а во-вторых, на статистической обработке временных рядов наблюдений и экстраполяции этих рядов в будущее. При обоих подходах предварительно необходимо достаточно длительное наблюдение за системой".

Доктор технических наук В.В.Налимов (1983, с. 42): "Невозможность охватить мысленным взором все потенциально существующее поле элементарных событий делает вероятностный прогноз в экологии <<авгуровским>>".

Эти достаточно пространственные цитаты хорошо вводят в проблематику экологического прогнозирования.

Логика построения прогнозов дельфийскими оракулами лежит в основе современного метода экспертных оценок. Одним из распространенных алгоритмов экспертных оценок является "мозговой штурм", суть которого сводится к разделению решения задачи построения прогноза и (или) принятия решений на два этапа: генерирование новых идей и их последующий анализ и обсуждение. Следует отметить, что такая процедура прогнозирования и (или) принятия решений часто используется в нашей повседневной жизни без указания ее принадлежности к мозговому штурму. Так, например, на семейном совете в присутствии дедушек, бабушек, родителей, других родственников и друзей обсуждается и принимается решение о выборе жизненного пути юного отрока после окончания школы - поступление в ВУЗ, ГПТУ, колледж, работа на производстве и т.д. (кстати, мнение самого подростка здесь часто оказывается "задавленным" большинством голосов родственников, которые выбирают для принятия решения не самую лучшую из систем весов мнений). Другим общеизвестным примером мозгового штурма - уже в масштабе страны (с аналогичным авторитарным "семейным" давлением на общественное мнение и потому достаточно жалким результатом) - может служить всенародное обсуждение проекта Конституции СССР 1977 г. (по свидетельству газеты "Правда" в обсуждении приняло участие 140 млн. человек, было высказано 400 тыс. предложений, после рассмотрения которых в 110 статей было внесено около 150 поправок и уточнений). Аналогично, но с еще более упрощенной дихотомической процедурой обсуждения - "да" или "нет" - проходило принятие на всенародном референдуме Конституции России 1993 г.

Однако в задачах экологического прогнозирования обращение к экспертным оценкам - это неизбежная ориентация на взгляды большинства. А большинство, как известно, отражает установившуюся точку зрения, т.е., фактически, взгляды вчерашнего дня. Всякие новые идеи - взгляды завтрашнего дня - в момент их возникновения имеют мало сторонников. Следовательно, если даже в ходе экспертного опроса они выявятся, у нас не будет критерия, позволяющего опереться на них (на меньшинство); иными словами, они будут непопулярны и их придется отбросить. Пример из физики: "водружение" Земли в центре планетной системы путем "голосования" научного сообщества, где голоса "против" были за Коперником, Галилеем и Бруно (лишь в ноябре 1992 г. Ватикан отменил результат "голосования" и реабилитировал Галилея).

Аналогичными примерами в экологии могут служить: концепция непрерывности растительного покрова Раменского-Глизна, сформулированная в начале XX века и ставшая главенствующей лишь в 50-60-х годах; как положительные, так и отрицательные последствия

воздействия лесополос на плодородие земель; изменение отношения к волку - то хищник, то "санитар" - и пр. Известны примеры, когда научное сообщество достаточно организовано и долго шло не только по неверному, но и по нелепому пути ("агробиологическая наука" Т.Д.Лысенко). Все это заставляет очень осторожно относиться к качественному экологическому прогнозированию на основе экспертных оценок.

Другая дорога "ведет в Рим" - к авгурам, методология которых (*Augurary futura praetitis* - прогноз будущего по знанию прошлого и *Salutem populi augurare* - гадать о народном благоденствии) лежит в основе большинства современных методов прогнозирования (в первую очередь, основанных на использовании методов математики). Бытует мнение, что математика является "панацеей от всех бед" и может дать ответы на самые сложные вопросы. При этом часто наблюдается фетишизация получаемых с помощью математического моделирования прогнозов, следствием которой является повышение доверия к ним со стороны конкретных специалистов и лиц, принимающих решение. Но здесь уместно вспомнить стихи Павла Антокольского:

*Ключ ясных формул к жизни не подобран,
Но как не бейтесь с формулами вы,
Мир будет завтра праздничным и добрым
И совершенным с ног до головы.*

Следует заметить, что это доверие быстро рассеивается, если к решению конкретных проблем были независимо применены, по крайней мере, два различных способа моделирования, так как получаемые в этом случае прогнозы оказываются различными (и зачастую - весьма значительно). Это обусловлено как объективными, так и субъективными причинами. Первые связаны со сложностью исследуемых систем, вторые - с особенностями самого процесса познания (в частности, два разных специалиста не могут иметь абсолютно одинаковую информацию, включая и априорную, об изучаемом сложном объекте - один знает что-то больше, другой - что-то детальнее и т.д.). Чем больше разрабатывается моделей для ответа на конкретный вопрос, тем больший спектр прогнозов поступает на стол лица, принимающего решение, и тем сложнее оказывается сам процесс его выбора.

Приведем несколько примеров.

В качестве успешного экспертного прогноза вспомним обсуждавшийся в 60-е годы проект сооружения гидроэлектростанции в нижнем течении Оби. Специалистами были высказаны прогнозы целого ряда отрицательных последствий такого строительства: затопление и подтопление территории, измеряемой десятками миллионов гектаров, гибель огромных запасов лесных, растительных и животных ресурсов, недоступность ценнейших полезных ископаемых. В этом случае прислушались к мнению экологов, хотя, к сожалению, это происходит далеко не всегда.

А вот курьезный пример прогноза в стиле "авгуров", сделанный более ста лет тому назад. Тогда лошадь была практически единственным "источником" энергии в сельскохозяйственном производстве и считалось, что она способна прокормить четырех человек. Исходя из этого простого соотношения в 1870 г. был дан прогноз, что в 1970 г. "российское стадо лошадей" составит 50 млн. голов (см. Браун, 1972; Большаков, 1983; оценки численности населения при этом, как мы теперь знаем, тоже были занижены). Но вскоре пришла эра двигателей внутреннего сгорания и сегодня многие городские дети с удивлением рассматривают редкую лошадь - по данным статистической отчетности в 1981 г. в России насчитывалось 2,546 млн. голов лошадей (ошибка прогноза 1000%!).

Интересен пример оценки точности прогноза развития экосистем равнинных водохранилищ СССР (Николаев, 1980). Интенсивное гидростроительство в 30-50-е годы (так называемый, "Сталинский план преобразования природы") привело к созданию серии крупных водохранилищ на Волге, Днестре, Каме и ряде других рек. Прогнозы составлялись с

привлечением крупнейших гидробиологов и ихтиологов страны по всем основным водохранилищам, на которых с первых лет их существования проводились регулярные гидробиологические исследования, что позволило оценить оправданность прогнозов. Оказалось, что качественная картина расселения конкретных видов верна со знаком "до наоборот": неожиданным был процесс саморасселения элементов южной фауны (каспийского комплекса) по Волге и Каме (планктонные ракообразные, дрейссена, каспийская тюлька и др.) на север. Также не предсказывался и встречный поток расселения лимнофауны с севера на юг. Ни один прогноз не предусматривал общую закономерность в процессе расселения, связанную с обеднением компонент экосистемы.

Ошибки количественного прогноза тоже были весьма существенны. Так, продуктивность фитопланктона оказалась на практике выше прогнозируемой ("цветение" водохранилищ, практически с первого года их затопления), а зоопланктона и промысловых рыб - значительно меньше прогнозной. По ряду данных (Кудерский, 1976), максимальные уловы рыбы оказались меньше прогнозируемых: по Ивановскому и Рыбинскому водохранилищам почти в 2 раза, по Камскому - в 4 раза, по Куйбышевскому - в 5, по Волгоградскому - в 6, по Горьковскому - в 7, по Воткинскому - почти в 8 раз. Ошибки в прогнозе рыбной продуктивности водохранилищ объясняются в десятки раз завышенными значениями биомассы зообентоса. Все эти расхождения между ожидаемыми и наблюдаемыми значениями характеристик искусственно создаваемых озеровидных водоемов позволяют сделать вывод о том, что экологическое прогнозирование в этом случае нельзя признать удовлетворительным.

В настоящее время широко дискутируется вопрос о путях развития биосферы в целом. Отметим, что данная экосистема - биосфера - не позволяет проведения над собой экспериментов в общепризнанном, естественнонаучном смысле слова (лабораторных или натуральных экспериментов; см. Флейшман, 1986; Розенберг, Мозговой, 1992); единственным способом ее изучения и прогнозирования поведения целостных характеристик становится математическое моделирование. Причем разные авторы акцентируют внимание на различной проблематике в исследовании биосферы (экологической, эколого-экономической, экономической, демографической), строят модели различного типа (имитационные, аналитические, самоорганизующиеся), предлагают различные решения для достижения устойчивого состояния биосферы (концепции "нулевого роста", "ограниченного роста", "перераспределения капиталовложений", "сбалансированного по регионам роста", "переход на новые ресурсы" и пр.). Прогнозы этих исследователей также имеют самый широкий спектр - от социально-экологического пессимизма (Дж.Форрестер, Д.Медоуз), через ограниченный оптимизм (М.Месарович, Э.Пестель, В.А.Геловани, Н.Н.Моисеев и др.) к сверхоптимизму (Г.Кан, В.Браун).

Академик В.И.Вернадский (1967, с. 237) писал: "Живой организм биосферы сейчас эмпирически должен изучаться как особое, целиком не сводимое на известные физико-химические системы тело". Биосфера - уникальная экосистема, закономерности структуры и функционирования которой до сего времени изучались только в ретроспективе. Экспериментировать с биосферой в целом нельзя, так как трудности глобального эксперимента носят не только технический характер: исследователь не вправе идти на риск, меняя тем или иным образом условия существования того единственного в своем роде объекта, каким является биосфера. Таким образом, имитация на ЭВМ, псевдоэксперимент с моделью биосферы становятся единственным методом исследования системных (сложных) характеристик биосферы в различных сценариях развития человечества.

Одной из наиболее интересных моделей биосферы стала имитационная система "Гея", разработанная в ВЦ АН СССР под руководством академика Н.Н.Моисеева (Крапивин и др., 1982; Моисеев и др., 1985). В 1983 г. эта система была использована для прогноза последствий ядерного конфликта по сценарию К.Сагана и позволила по результатам моделирования "пронаблюдать": как после ядерной катастрофы меняются климатические параметры, возникает и постепенно

просветляется "ядерная ночь", каковы последствия ее воздействия на продуктивность биосферы. Можно смело утверждать, что прогнозируемый эффект "ядерной ночи" оказал значительное воздействие на дальнейший характер взаимоотношений СССР и США и привел к подписанию договора о сокращении ядерных вооружений. Это положительный пример прямого воздействия экологического прогнозирования на политику.

Интересен и такой факт. В 1975 г. в Нью-Йорке в разных издательствах вышли в свет две монографии: Х.Вилкоккс в книге "Теплица Земля" приводит расчет и прогноз ожидаемого в ближайшие десятилетия потепления климата, а Н.Кальдер в книге "Механизм погоды" не менее убедительно прогнозирует похолодание климата.

Все рассмотренные примеры хорошо иллюстрируют ту сложнейшую ситуацию, в которую попадает лицо, принимающее решение. Действительно, если средства, отпущенные на подготовку к тому или иному изменению климата ограничены (а они всегда ограничены и важнейшая роль лица, принимающего решение, - распределить эти средства наилучшим образом), то необходимо решить, во что вкладывать средства: в изготовление холодильников (в случае потепления климата) или в изготовление валенок (для более прохладной погоды).

Для современного состояния экологического прогнозирования характерны четыре основных принципа (Розенберг, 1984; Брусилковский, 1987). Первый из них - это **принцип множественности моделей**; он был предложен В.В.Налимовым (1971) и заключается в том, что для прогнозирования конкретной экологической ситуации возможно построение нескольких, одинаково достоверных математических моделей. Этот принцип хорошо иллюстрируется всеми приведенными выше примерами.

Второй, очень важный принцип, - это **принцип omnipotentности факторов**, также предложенный В.В.Налимовым (1983). Суть его сводится к тому, что существуют факторы (они-то и называются omnipotentными, т.е. всемогущими), которые вчера и сегодня не играли никакой значимой роли в динамике той или иной экосистемы, но которые могут оказывать на нее определяющее воздействие завтра. Классическим примером проявления omnipotentности можно считать все гидробиологические прогнозы развития водохранилищ, которые "не заметили" эффекта цветения водоемов (ни один прогноз!), хотя к их построению привлекались лучшие специалисты.

Следующий принцип был предложен американским исследователем Дж.Форрестером (1977; 1978), автором системной динамики (одного из наиболее распространенных приемов имитационного моделирования) - **принцип контринтуитивного поведения сложных систем**. В соответствии с этим принципом сложные системы (в том числе и экологические) ведут себя совсем не так, как подсказывает нам наша интуиция, т.е. ведут себя контринтуитивно. Причинами такого поведения являются объективная сложность экосистем, субъективность наших знаний и уже названный принцип omnipotentности факторов. Примеров контринтуитивного поведения экосистем - огромное количество. Можно смело утверждать, что экологический кризис сегодня во многом "обязан" этому принципу. Например, прогноз заиления Вахшского водохранилища определял срок в 1000 лет, а он сбился уже через 7-8 лет! Печально, что этот "отрицательный опыт", к сожалению, очень медленно усваивается. И вот уже прогноз заиления Башкирского (Иштугановского) водохранилища на р.Белой и Крапивинского на р.Томь опять определяет срок ... 1000 лет! (см. Проект Башкирского..., 1985, с.33).

Четвертый - это **принцип несоответствия точности и сложности**, который предложил Л.Заде (1974; 1976) и который формулируется следующим образом: понятия "точности" и "сложности" при прогнозировании структуры и поведения экосистем связаны обратной зависимостью - чем глубже анализируется реальная экосистема, тем менее определены наши суждения о ее поведении. Несовместимость "простоты" модели и точности решения задачи проявляется и в высказывании академика А.А.Самарского (1979, с. 28): "... исследователь постоянно находится между Сциллой усложненности и Харибдой недостоверности. С одной стороны, построенная им модель должна быть простой в математическом отношении, чтобы ее

можно было исследовать имеющимися средствами. С другой стороны, в результате всех упрощений она не должна утратить и <<рациональное зерно>>, существо проблемы".

Таким образом, несмотря на то, что правдоподобных моделей одной и той же экосистемы можно предложить несколько (первый принцип), ни одной из них нельзя безоговорочно доверять (второй принцип), как нельзя доверять и экспертам (третий принцип). Более того, высокие требования к точности экологического прогнозирования вообще представляются недостижимыми (четвертый принцип). Если вспомнить еще об уникальности экосистем, невозможности редукции их, сложности проведения системных экспериментов, значительной погрешности и малочисленности измерений многих экологических параметров (традиционные временные ряды наблюдений в 10-20 значений), неполноте наших знаний о механизмах функционирования экосистем, то становятся понятны сомнения ряда специалистов относительно возможностей экологического прогнозирования вообще.

Однако необходимость в надежных экологических прогнозах становится все более острой, растет число их возможных потребителей. Особую актуальность получают экологические прогнозы в свете создаваемой сейчас системы экологической экспертизы проектов в нашей стране.

Все это и определило главные цели настоящей работы: изложить основные теоретико-методические подходы к экологическому прогнозированию, продемонстрировать работоспособность и эффективность основных типовых методов анализа временных рядов, указать их "сильные" и "слабые" стороны, дать некоторые рекомендации по повышению надежности предлагаемых прогнозов.

Главы 2-5 представляют собой своеобразный путеводитель по различным алгоритмам моделирования тренда - от широко применяемых методов сглаживания до конструирования конечных автоматов. Особое внимание уделено процедурам синтеза отдельных прогнозов в коллектив для получения наиболее надежных и детальных прогнозов. Описание каждого математического метода анализа приводится в книге по единой схеме в объеме, необходимом и достаточном для уверенного использования уже готовых компьютерных программ: общая идея алгоритма, итоговые расчетные формулы и иллюстративные примеры. Последние носят "сквозной" характер и основаны на достаточно длинных временных рядах наблюдений за абиотическими и биотическими компонентами водной экосистемы Куйбышевского водохранилища. При этом авторы не претендуют на какую-либо экологическую интерпретацию получаемых результатов. Что может означать, например, всплеск спектральной плотности численности коловраток в Куйбышевском водохранилище? Это может объясняться и приходом в точку наблюдения новых водных масс, и сменой видового состава, и вспышкой численности отдельного вида, например, *Asplanchna priodonta*. Однако в настоящем контексте важнее сама процедура получения этого феномена, а любая его смысловая интерпретация предоставляется читателям-профессионалам.

Авторы чрезвычайно признательны сотрудникам бывшей Куйбышевской биологической станции, Института экологии Волжского бассейна РАН и Тольяттинской ГМО, получившим и любезно предоставившим данные многолетних наблюдений. Авторы также считают своим приятным долгом выразить глубокую благодарность руководителям научных коллективов, кандидатам наук В.Н.Паутовой, В.А.Селезеву, Л.А.Выхристюк и Т.Д.Зинченко за помощь при подборе и интерпретации численных примеров; научному редактору, профессору В.В.Меншуткину, взявшему на себя труд рецензирования рукописи и сделавшему ценные замечания, способствующие улучшению ее содержания, а также сотрудникам Института экологии Волжского бассейна РАН: В.Г.Морозову - за программирование метода эволюционного моделирования (гл. 5) и Н.В.Афанасьевой, В.В.Кренделеву, Г.В.Исаковой, Л.В.Дворниковой и О.Л.Носковой - за техническую помощь в оформлении рукописи.

Авторы чувствуют внутреннюю потребность сделать рекламу высокопрофессиональному программному продукту коллектива разработчиков ЦЭМИ РАН и СП "Диалог" (С. Кузнецова, А.

Халилеева и др.) - системе анализа временных рядов "МЕЗОЗАВР". Приобретенный традиционным для России "пиратским" способом этот пакет удовлетворил почти все вычислительные потребности авторов и во многом определил содержание и стиль гл. 2.

Отдельные разделы данной работы выполнены в рамках Государственной программы **"Экологическая безопасность России"** - гранты N 5.4.6.1 (Разработать автоматизированную систему принятия решений в области охраны окружающей среды и природопользования на региональном уровне) и 10.2.4.1 (Разработать комплексную оценку и прогноз состояния волжско-камских водохранилищ, план мероприятий по оптимизации их рыбохозяйственного использования) и Государственной научно-технической программы России **"Биологическое разнообразие"** - грант N 1.3.5 БР (Создание базы данных и экспертной системы по биологическому разнообразию крупного региона).

Очевидно, что как и любая научная работа, данная книга не лишена недостатков. Авторы с признательностью учтут все замеченные недочеты и внимательно рассмотрят любые другие предложения коллег-читателей.

ГЛАВА 1. СПЕЦИФИКА ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

*Их мудрецы, свой мир бескрайний
Поставив центром бытия,
Спешат проникнуть в искры тайны
И умствуют, как ныне я...
Валерий Брюсов*

Экологическое прогнозирование, с одной стороны, можно рассматривать как "функцию" экологии, с другой - как составляющую экологического мониторинга, а с третьей - как раздел прогностики (науки о закономерностях разработки прогнозов). Поэтому одни понятия экологического прогнозирования являются собственно экологическими, другие имеют непосредственное отношение к мониторингу, третьи обладают общенаучной значимостью.

В литературе наблюдается значительное разногласие в толковании и использовании некоторых прогностических терминов. Более того, понятие "детальность формулировки прогноза" (или какое-нибудь ему подобное), например, вообще отсутствует как в сборнике рекомендуемых терминов по прогностике, (Прогностика. Терминология, 1978), так и в основных руководствах по прогнозированию (Тейл, 1971; Лисичкин, 1972; Саркисян, Голованов, 1975; Саркисян и др., 1977; Рабочая книга..., 1982; Кашьяр, Рао, 1983; Горелова, Мельникова, 1986 и др.). Между тем, как будет показано ниже, оно является одним из основных понятий прогностики вообще, и экологического прогнозирования в частности. Поэтому предварительно имеет смысл привести ряд основных понятий и определений экологического прогнозирования, необходимых для дальнейшего изложения.

1.1.1. Терминология и необходимые определения

Термин "прогноз" - греческого происхождения. Это слово означает суждение о состоянии какого-либо объекта или явления в будущем.

Под **экологическим прогнозированием** понимается предсказание состояния такой системы, среди существенных элементов которой фигурирует хотя бы одна биотическая компонента экосистемы (популяция, сообщество, синузия и пр.). Инструментом экологического прогнозирования является **экологический предиктор** - модель (не обязательно математическая), служащая для формирования экологического прогноза. Отдельный экологический предиктор, построенный модельером (под **модельером** здесь понимается человек, коллектив, организация, разрабатывающие модель, или программа, синтезирующая модель, и пр.), называется **предиктором-индивидуумом** (Брусиловский, 1987).

Пусть прогноз изменения показателя Y производится n отдельными предикторами-индивидуумами, построенными различными методами (или/и различными модельерами) и служащими для достижения одной цели. Организация их в коллектив может быть осуществлена либо путем комплексации прогнозов, либо путем комплексации самих предикторов. Под **комплексацией прогнозов** $Y(1), \dots, Y(n)$, полученных с помощью n предикторов-индивидуумов, будем понимать процесс разработки оптимального в некотором смысле прогноза Y^* показателя Y , служащего той же цели и являющегося функцией исходных прогнозов:

$$Y^* = F[Y(1), Y(2), \dots, Y(n), X].$$

Прогноз Y^* , полученный в итоге комплексации отдельных прогнозов $Y(1), Y(2), \dots, Y(n)$, будем далее называть **коллективным прогнозом (коллективом предикторов)**.

Коллектив предикторов должен быть организован так, чтобы, во-первых, срабатывал **эффект системности** типа "целое больше суммы своих частей": надежность прогнозов коллектива предикторов должна быть выше надежности лучшего из предикторов-индивидуумов - членов коллектива. Во-вторых, прогнозы коллектива предикторов должны быть **робастными**: ошибки предсказаний малой доли предикторов-индивидуумов в коллективе, сколь значительными они бы ни были, должны несущественно сказываться на надежности комплексных прогнозов. В-третьих, для **элиминации omnipotentности** факторов в коллектив должны включаться самые "лучшие" и самые "непохожие" между собой предикторы-индивидуумы.

Таким образом, резерв повышения надежности экологического прогнозирования состоит в организации отдельных предикторов (включая экспертов) в коллектив (Брусилковский, Розенберг, 1983; Розенберг, 1984; Брусилковский, 1985; 1987). Здесь при построении прогнозов экстремум показателей качества ищется не только по параметрам отдельного предиктора и не только путем выбора лучшего среди заданного набора отдельных предикторов, но и по всевозможным их суперпозициям.

Одной из основных характеристик экологического прогноза нужно считать **детальность формулировки прогноза**. Детальность прогноза можно рассматривать в различных ракурсах: по структуре, параметрам и т.п. Далее более детальным будем считать прогноз, сформулированный в более сильной шкале. Прогноз, сформулированный в количественной шкале, - самый сильный, прогноз в ранговой шкале уступает ему, а прогноз в шкале наименований - самый слабый из всех существующих (в последнем случае говорят о **прогнозе макросостояний** системы).

Любой экологический предиктор состояния функционирующей системы разрабатывается с непосредственным использованием эмпирических данных, полученных с некоторым временным шагом наблюдений. Этот шаг характеризует детальность имеющейся апостериорной информации по оси времени.

Как правило, экологические предикторы синтезируются с целью выработки прогнозов с заданным шагом, характеризующим детальность формулировки прогноза по оси времени. В общем случае шаг наблюдений не совпадает с шагом прогноза. Из двух прогнозов состояния изучаемой системы, выполненных для одного и того же будущего момента времени, более детальным по времени будем считать тот, у которого шаг прогноза меньше.

Для целей данной работы более строгое определение детальности формулировки прогноза не потребуется. Будет достаточно его интуитивного восприятия: **более детальный, значит, более подробный**.

Отметим, что впервые, правда в ином контексте, подобные термины - "уровень детализации прогноза", "детализация языка моделирования" - конструктивно были использованы в методе группового учета аргументов (МГУА; Ивахненко, 1982; Ивахненко, Степашко, 1985). Экологический предиктор строится с использованием определенной информации о функционировании системы в течение некоторого прошлого отрезка времени. Величина этого отрезка называется **периодом основания прогноза** (Прогностика. Терминология..., 1978).

Промежуток времени, на который разрабатывается прогноз, называется **периодом (временем) упреждения прогноза** (Там же, 1978). Наряду с временем упреждения и детальностью формулировки другой важнейшей характеристикой любого прогноза является его надежность (точность, достоверность). Под **надежностью прогноза** будем понимать некоторую разумную меру отличия предсказанных состояний экосистемы от реализовавшихся в действительности. Конкретные меры отличия будут приведены в следующих главах. Здесь же уместно отметить, что общепризнанного определения надежности экологического прогноза нет и, вероятно, не может быть в принципе, в силу необозримого многообразия экосистем, целей и методов прогнозирования. Тем не менее можно утверждать, что с ростом времени упреждения при прочих равных условиях надежность прогнозов падает.

Оценивание надежности прогнозов называется **верификацией** (Прогностика. Терминология..., 1978). Методика верификации во многом определяется основными характеристиками прогноза. Унифицированной методики верификации экологических прогнозов не существует по тем же причинам. Поэтому для каждого случая предсказания, для каждой системы необходимо описывать порядок верификации прогнозов.

Можно назвать еще и принцип **экономичности моделей** экологического прогнозирования - выбор минимально возможного числа параметров модели при условии сохранения ее достаточной адекватности. Например, использование завышенного показателя степени полинома-предиктора в самоорганизующейся модели или порядка разности в модели авторегрессии приводит к росту дисперсии ошибок и к заметному росту дисперсии самого прогноза.

Время упреждения, детальность формулировки и надежность - основные характеристики экологического прогноза. Без их учета любые рассуждения каких бы то ни было прогнозов просто бессмысленны. С другой стороны, этих характеристик достаточно для обсуждения многих содержательных задач. Например, какой может быть максимальная надежность прогноза состояния изучаемой системы при заданных времени упреждения и детальности формулировки? Какой должна быть наибольшая детальность формулировки прогноза при требуемых надежности и времени упреждения?

Наконец, последний термин, который имеет смысл здесь привести, - это **система экологического прогнозирования**. Такие системы предназначены для формирования по всей доступной информации максимально надежных экологических прогнозов; они включают в себя методы прогнозирования и средства их реализации. Систему экологического прогнозирования можно рассматривать как подсистему экологического мониторинга.

В системе экологического прогнозирования должен осуществляться синтез лучших достижений экологии, прогностики и информатики. В будущем подобные системы, возможно, смогут перерасти в экологические банки знаний и в автоматизированные системы управления рациональным природопользованием, включая в себя соответствующие экспертные системы.

1.1.2. Классификация экологических прогнозов

Существует обширная литература по классификации объектов прогнозирования, методов прогнозирования и самих прогнозов применительно к различным областям знаний (Тейл, 1971; Рабочая книга..., 1982). Однако сколько-нибудь обстоятельной классификации экологических прогнозов до сих пор не разработано. Поэтому, основываясь на классификации прогнозов функционирования сложных систем и собственного опыта, дадим классификацию экологических прогнозов, необходимую для дальнейшего изложения.

Все прогнозируемые системы и явления можно различать по шести основным признакам. **Природа объекта** моделирования и прогнозирования задает специфичность подходов (для экологических систем об этом говорилось выше). Можно добавить, что экосистемы - это объекты сложной природы, и методологической основой их изучения служит теория сложных систем (системология). По **масштабности** различают сублокальные (1-3 переменные), локальные (4-14), субглобальные (15-35), глобальные (36-100) и суперглобальные (более 100 переменных). В экологии для прогнозирования используют системы всех масштабов, однако наибольший интерес представляют различные варианты глобальных экосистем (число переменных более 15). Масштабность не имеет самостоятельного значения для выбора метода прогнозирования.

Она учитывается в совокупности со **сложностью обработки информации** о системе: сверхпростые системы (связей переменных практически нет), простые (только парные взаимосвязи), сложные (учитывается взаимовлияние 3 и более переменных) и сверхсложные (учитываются все взаимосвязи между переменными). Экосистемы

принадлежат к сложным системам и качество прогноза прямо связано как с учетом большого числа переменных, так и всевозможных взаимосвязей этих переменных. Далее, для выбора метода прогнозирования важны **степень детерминантности систем** (детерминированные, стохастические и смешанные системы) и **характер развития систем** во времени (дискретные, аperiodические и циклические системы). Экологические системы имеют существенную стохастическую составляющую и, практически, весь спектр характера развития. Например, американский эколог Р.Уиттекер (1980) приводит примеры разнообразных типов поведения популяций во времени: почти детерминированный характер смены деревьев дуба белого в дубово-гикориевом лесу, периодический характер распространения ели под воздействием штормовых ветров в Аппалачских горах, почти случайный характер "вспышек" численности саранчи или иван-чая на горячих, периодические колебания системы зайцы - рыси в Канадской Арктике и пр. Последний важный признак - это **степень информационной обеспеченности**. В шкале системы "черного ящика" (структура и поведение которых практически неизвестны) и "белого ящика" (о системах известно все) экологические объекты должны быть отнесены к типу "серого ящика", в "цветовой шкале" - скорее даже к темно-серому цвету.

В зависимости от величины периода упреждения, различают прогнозы **краткосрочные, среднесрочные, долгосрочные и дальнесрочные**. Однако в "количественном определении" последних царит неразбериха - в экономике, метеорологии, сельском хозяйстве (т.е. тех областях знания, в которых проблема надежного прогнозирования становится центральной) приняты свои стандарты "срочности". В экологии характерные времена многих процессов лежат в диапазоне от нескольких часов и суток (например, для популяции комаров) до нескольких веков (для ряда сукцессионных процессов в лесных биогеоценозах). Поэтому жесткая регламентация прогнозов по величине периода упреждения, измеренного в абсолютных временных единицах, в экологии бессмысленна. Понятия "срочности" экологических прогнозов относительны и зависят прежде всего от свойств изучаемой системы (процесса) и от детальности формулировки прогнозов по оси времени.

Критерием "срочности" экологического прогноза можно считать детальность его формулировки по оси времени. Прогнозы с периодом упреждения до 2-3 шагов будем называть краткосрочными, от 3 до 7 - среднесрочными, от 8 до 15 - долгосрочными. Однако такая классификация не учитывает свойств изучаемого процесса.

Если формулировка экологического прогноза содержит категорические утверждения о будущем состоянии системы, без каких бы то ни было указаний на степень неуверенности его осуществления, то такие прогнозы, так же как и в метеорологии (Груза, Ранькова, 1983), будем называть **категорическими**. В противном случае, т.е. когда вместе с формулировкой предсказываемого состояния системы указывается и некоторая мера неопределенности (неуверенности) его достижения (например, доверительный интервал), будем говорить о **размытых** (интервальных) прогнозах. Так, прогноз типа "в будущем году произойдет вспышка численности полевки" является категорическим, а прогноз типа "в будущем году вспышка численности полевки возможна с мерой принадлежности 0,74" - размытым.

Вслед за В.В.Налимовым (1983) будем делить экологические прогнозы на **тривиальные** и **нетривиальные**. О первых говорят в ситуации, когда предсказания относятся к ординарным проявлениям некой инерционной, устойчивой системы, а о вторых - когда речь идет об изменениях самой системы или о каких-то неординарных событиях в ней.

Как уже отмечалось, в зависимости от типа шкалы, в которой формируются прогнозы (т.е. по уровню детализации), различают прогнозы **нормальные, ранговые, количественные**.

В системологии выделяют структуру системы и ее поведение (Флейшман, 1982); в соответствии с этим имеет смысл различать **прогнозы структуры** экосистемы и **прогнозы ее поведения** (Розенберг, 1984). Например, исследования Н.С.Абросова с соавторами (1982) по экологическим механизмам сосуществования и видовой регуляции можно трактовать как

прогнозы видовой структуры сообществ, а исследования по динамике численности популяций грызунов (Максимов, 1984) - как прогнозы поведения популяций мелких животных.

Часто математики строят абстрактные модели сообществ (или экосистем), основываясь только на априорных представлениях (Свирижев, Логофет, 1978; Базыкин, 1985 и мн.др.), и получают с их помощью качественный прогноз. Прогнозы, полученные с помощью подобных моделей, вслед за В.И.Беляевым (1978), будем называть **априорными**, а полученные с использованием эмпирической информации - **апостериорными**.

Различают прогнозы **положительные** и **отрицательные** (Беляев и др., 1986). Последние формируются теорией потенциальной эффективности сложных систем (Флейшман, 1982) и дают представление о том, каких состояний экосистема не может иметь в принципе при заданных ограничениях. Положительные прогнозы, наоборот, несут информацию только о возможных состояниях изучаемой системы.

Кроме того, выделяют прогнозы точечные и распределенные (Ивахненко, 1982), поисковые и нормативные (Прогностика. Терминология., 1978; Большаков, 1983). Если в процессе прогнозирования изучаемая экосистема считается однородной, то говорят о **точечных прогнозах**; в противном случае, прогнозы называются **распределенными**. **Поисковые** прогнозы отвечают на вопрос: что вероятнее всего произойдет с экосистемой при сохранении существующих тенденций? В противоположность поисковым, **нормативные** прогнозы служат для ответа на вопрос: какими путями можно достичь желаемого состояния? Нормативное прогнозирование широко используется в настоящее время при исследовании биосферы (Крапивин и др., 1982; Моисеев и др., 1985).

Анализ обширной литературы позволяет сделать вывод о том, что экология на современном этапе своего развития представляет собой мультипарадигматическую (Кун, 1977) науку с четырьмя симбиотическими парадигмами (Брусиловский, 1985). Их можно назвать **вербальной, функциональной, эскизной** и **имитационной** (три последние соответствуют классификации методов моделирования и прогнозирования; см. Беляев и др., 1979; Флейшман и др., 1982; Розенберг, 1983; 1984). При прогнозировании соотношения экосистем каждая из этих парадигм порождает целое множество разнообразных моделей (предикторов), различающихся по назначению, используемой информации, технологии конструирования и т.п.

Предикторы, порожденные той или иной парадигмой экологического прогнозирования, будем называть по имени этой парадигмы. Аналогично, имя парадигмы иногда будем присваивать и прогнозам, построенным с помощью соответствующего предиктора. Так, вербальные прогнозы формируются с помощью вербального предиктора (порожденного вербальной парадигмой). В том же смысле имя парадигмы будем употреблять иногда и перед термином "прогнозирование". Например, можно говорить об имитационном прогнозе, имитационном предикторе, имитационном прогнозировании.

Вербальная парадигма. Первой исторически сложившейся парадигмой экологического прогнозирования является вербальная парадигма. До начала периода интенсивной математизации экологии она была господствующей парадигмой, а сама экология - монопарадигматической наукой. В настоящее время ситуация существенно изменилась, парадигм стало четыре, однако вербальная - единственная из них, которая не опирается на математическое моделирование. Вербальные прогнозы могут быть достаточно размытыми.

Вербальные предикторы, как правило:

- основаны на представлениях о причинно-следственных связях;
- строятся профессиональными экологами, хорошо знающими объект прогнозирования;
- формулируются на естественном языке;
- вырабатывают прогнозы в шкалах наименований или порядка.

Основную предпосылку вербальной парадигмы можно сформулировать так: **успех прогнозирования заключается в раскрытии причинно-следственных связей средствами**

классической экологии без использования возможностей математического моделирования.

К вербальной парадигме относятся работы по прогнозированию: численности животных (Максимов, 1984), состояния леса (Кулагин, 1980а,б; 1985), динамики планктонных популяций (Ащепкова, Кожова, 1985) и т.п. Предикторы этой парадигмы использовались и продолжают использоваться как при поисковом, так и при нормативном прогнозировании.

Надежность вербальных предикторов при одних и тех же характеристиках прогноза существенно зависит от объектов прогнозирования. Примером неудачных прогнозов на основе вербальной парадигмы служат предсказания продуктивности основных групп гидробионтов в водохранилищах бывшего СССР (Николаев, 1980; Федоров, 1983; Кожова, 1984) - фактические значения продуктивности отличаются от предсказанных в среднем в 5-10 раз. При этом, как уже отмечалось, катастрофических цветений воды вообще не предусматривалось.

Краткосрочные агрегированные по структуре вербальные прогнозы численности хорошо изученных, относительно стабильных и более-менее автономных популяций организмов могут оказаться достаточно надежными. Детальность формулировки среднесрочных и долгосрочных вербальных прогнозов для обеспечения приемлемой надежности должна быть очень низкой.

Функциональная парадигма. Существование функциональной парадигмы экологического прогнозирования связано с функциональным подходом, широко распространенным в современной науке. В экологии функциональный подход начал применяться достаточно давно (трудно даже перечислить все работы с экологическими прогнозами в рамках классического регрессионного анализа). Однако становление функциональной парадигмы экологического прогнозирования произошло после появления методов группового учета аргументов - МГУА (Ивахненко, 1982 и др.).

Методологической основой функциональной парадигмы является тезис о том, что практически вся информация об изучаемой экосистеме заключена в экспертных данных и исследователю остается только умело ее извлечь. Иначе говоря, основная предпосылка функциональной парадигмы состоит в следующем: **все сведения о причинах развития экологического процесса содержатся в его реализации.** Таким образом, предпосылки вербальной и функциональной парадигм отчасти противоположны.

В принципе, успешное прогнозирование без понимания происходящего, без раскрытия причинно-следственных связей в настоящее время считается вполне возможным (Редкозубов, 1981; Ивахненко, 1982; Кожова, Павлов, 1982; Резников, 1982; Большаков, 1983; Розенберг, 1984), и потому функциональные предикторы имеют право на существование.

При функциональном прогнозировании механизм функционирования экосистемы в моделях явно не отображается. Функциональные предикторы, как правило:

- применяются при поисковом прогнозировании;
- строятся с помощью ЭВМ и представляют собой модели "черного ящика";
- формируются на языке того же уровня, на котором получены экспериментальные данные;
- не обладают объяснительной силой и какой бы то ни было общностью;
- алгоритмы же синтеза функциональных предикторов, напротив, достаточно универсальны;
- самые доступные и самые дешевые.

Аппарат функциональной парадигмы разнообразен. Это регрессионный, корреляционный и факторный анализы, теория планирования эксперимента, эволюционное моделирование, анализ временных рядов, кластерный анализ и т.п. Особое место в этом аппарате занимает МГУА. Подход к моделированию, основанный на принципах самоорганизации, представляет собой процесс построения предиктора оптимальной сложности, происходящий при

незначительном участии модельера и не требующий больших массивов апостериорной информации (Ивахненко, 1982; Ивахненко, Степашко, 1985; Ивахненко, Юрачковский, 1987).

Функциональные предикторы самоорганизующегося типа сейчас широко применяются для предсказания состояния различных популяций, сообществ, экосистем. В качестве примеров можно назвать следующие функциональные предикторы: численности нерестовой популяции посольского омуля (Герцекович, Топорков, 1986), динамики численности видов рода *Melosira* (Брусилловский, 1987), дендрохронологических рядов (Розенберг, Феклистов, 1981; 1982), продуктивности естественных растительных сообществ (Кононов, Розенберг, 1981; Бармин, 1993) и агроценозов (Герцекович, Усов, 1982), состояния экосистемы оз. Байкал (Ивахненко и др., 1980; Ивахненко, 1982).

Примеры удачных экологических функциональных прогнозов достаточно многочисленны. Однако в силу специфики экологического прогнозирования и функциональной парадигмы ее применимость при разработке любых нормативных, а также долгосрочных экологических прогнозов достаточно ограничена. Наиболее целесообразно функциональные предикторы использовать в кратко- и среднесрочном поисковом прогнозировании. Надежность таких прогнозов может быть достаточно высокой. При этом имеющаяся апостериорная информация накладывает принципиальные ограничения на детальность формулировки функциональных прогнозов.

И еще одно замечание. Н.Н.Моисеев (1983; 1986) выделяет два механизма развития экологических процессов (систем):

- дарвинский, когда эволюция экосистемы обусловлена медленным накоплением новых количественных особенностей;
- квазидарвинский (бифуркационный), когда при определенных значениях параметров системы нарушается однозначный ход ее развития, возникает бифуркация. В этом случае дальнейший ход развития экологического процесса становится непредсказуемым - его эволюцию определит сколь угодно малое случайное возмущение.

Функциональная парадигма не в состоянии изучать бифуркационные механизмы - она **предназначена для предсказания экологических процессов, динамика которых формируется только дарвинскими механизмами.**

Эскизная парадигма. Эскизная (термин "эскизная модель" принадлежит В.В.Налимову, 1971) парадигма экологического прогнозирования предписывает модельерам строить предикторы, в которых механизм функционирования экосистемы в интересующем исследователя аспекте отражен лишь на макроуровне. При этом, как правило:

- модельер, заказчик и пользователь - одно и то же "лицо";
- в модели учитывают небольшое число переменных и параметров, характеризующих экосистему;
- имитируется явление одной биофизической природы;
- коэффициенты модели имеют экологический (биофизический) смысл;
- для анализа модели не требуется применение ЭВМ;
- экспериментальные данные явно при построении модели не используются (в этом смысле эскизные предикторы являются априорными);
- в предикторе находят отражение только некоторые существенные (с точки зрения модельера) элементы структуры экосистемы;
- эскизные прогнозы носят качественный характер и обладают достаточно высокой общностью.

Методы построения эскизных предикторов также достаточно разнообразны. Но наиболее широко применяются аппараты дифференциальных и других уравнений, теории вероятностей.

Примером прогнозных исследований, выполненных в рамках эскизной парадигмы, могут служить классические исследования В.Вольтерра и А.Лотки и работы по прогнозированию вспышек численности лесных насекомых (Исаев и др., 1984; Недорезов, 1986).

Эскизные прогнозы могут быть как краткосрочными, так и долгосрочными; как поисковыми, так и нормативными. Однако детальность их формулировки, как правило, не высокая. Методика оценки надежности эскизных прогнозов должна учитывать прежде всего качественные аспекты совпадения предсказанных и фактических состояний изучаемой экосистемы.

Основное достоинство эскизной парадигмы состоит в **возможности исследования бифуркационных механизмов динамики экологических систем**. Можно сказать, что это - прерогатива эскизных предикторов. Экологические концепции в настоящее время формируются в основном вербальной и эскизной парадигмами.

Имитационная парадигма. Имитационная парадигма экологического прогнозирования индуцирована применением в экологии нового мощного инструмента системного анализа - имитационного моделирования сложных систем. Имитационное моделирование дает возможность проследить эволюцию исследуемой системы как бы "изнутри", получить оценку ее целостных характеристик при достаточно широком спектре воздействия и в ситуациях, которые либо в данный момент, либо принципиально нельзя осуществить на практике.

При имитационном моделировании в модели сквозь призму цели исследования достаточно полно отображаются "глубинные" свойства экосистемы - множество ее структур и механизм функционирования. При этом, как правило:

- модельер, заказчик и пользователь - различные "лица";
- в модели учитывается огромное число переменных и параметров экосистемы;
- имитируется множество явлений совершенно различной физической (экологической) природы;
- большинство коэффициентов модели имеет экологический (физический) смысл;
- модель оказывается существенно машинной - представляет собой комплекс программ для ЭВМ, построенных по модульному принципу, и включает специальную систему математического обеспечения с соответствующей периферией, позволяющей работать с моделью в диалоговом режиме;
- при разработке модели применяются как априорная информация, так и экспериментальные данные;
- модель служит для изучения совокупности целостных характеристик, используется как средство системного экспериментирования с экосистемой и имеет скорее практическую, чем теоретическую значимость.

Имитационные предикторы широко используются при прогнозировании состояния биосферы (Крапивин и др., 1982; Моисеев и др., 1985), водных экосистем (Меншуткин, 1971; Горстко, 1979), наземных экосистем (Гильманов, 1978; Розенберг, 1984), других экологических объектов.

Имитационные предикторы могут формировать свои прогнозы для широкого диапазона времени упреждения и используются как при поисковом, так и при нормативном прогнозировании. При этом детальность формулировки прогнозов может быть очень высокой.

Недостатком имитационного моделирования является субъективный момент, вносимый исследователем при построении модели, - "навязывание" своих представлений о характере поведения системы (Брусиловский, Розенберг, 1981; Свиричев, 1981; Ивахненко, Степашко, 1985). Этому недостатку в значительной степени лишены предикторы МГУА. Еще один недостаток имитационных предикторов состоит в их большой стоимости и высокой длительности разработки.

Выделенные парадигмы экологического прогнозирования отличаются друг от друга по многим признакам. Основные из них - это роль ЭВМ в разработке предиктора и формировании прогнозов и уровень формализации представлений о механизме функционирования экосистемы (табл. 1.1).

Характеристика парадигм экологического прогнозирования

Парадигма	Характеристика	
	участие ЭВМ в построении прогнозов	формализация причинно-следственных связей
Вербальная	-	-
Функциональная	+	-
Эскизная	-	+
Имитационная	+	+

1.1.3. Экосистема как объект прогнозирования

Некоторая неопределенность будущего состояния подавляющего числа экосистем не может быть полностью снята силой современной науки. Можно отметить несколько причин неустранимости этой неопределенности.

Во-первых, она связана со значительными ошибками и малочисленностью измерений различных экологических процессов (параметров). Действительно, длина экологических временных рядов редко превышает 20-30 наблюдений. При этом их точность часто настолько низка, что даже теряется смысл измерений в количественных шкалах.

Во-вторых, неопределенность имеет место и из-за наличия "лакун Свирежева" (Свирежев, 1981; Федоров, 1983), обусловленных неполнотой наших знаний механизма функционирования экосистем. В.И. Ленин писал: "... человеческое понятие причины и следствия всегда несколько упрощает объективную связь явлений природы, лишь приблизительно отражая ее, искусственно изолируя те или иные стороны одного единого мирового процесса" (Полн. соб. соч., т. 18, с. 160).

В настоящее время, по-видимому, наиболее существенными являются лакуны в информационной структуре сообществ. Существует мнение (Левич, 1983), что "лингвистическое видение" экологии может значительно изменить наши представления об экосистемах, и как следствие этого, наше понимание того, какие факторы являются значимыми в экологическом прогнозировании.

В-третьих, неопределенность будущего состояния может быть обусловлена внутренним свойством экосистем и связана с независимостью их динамики от начального состояния.

В-четвертых, один из основных итогов математизации экологии состоит в осознании принципиальной непредсказуемости состояния многих экосистем. Используя три основные характеристики прогноза, итог можно сформулировать точнее: при задании любых двух характеристик существует такое значение третьей, достижение которого невозможно в принципе. В частности, при определенных времени упреждения и детальности формулировки прогноза достижение приемлемой надежности для целого ряда экосистем невозможно принципиально.

Например, пусть эволюция экосистемы описывается моделью

$$dx/dt = X(x, \lambda, \xi),$$

где x - вектор фазовых координат, λ - параметр системы, ξ - случайное воздействие, X - некоторый нелинейный оператор, и пусть λ^* - точка бифуркации системы, из которой исходят несколько ветвей решения уравнения. Если система функционирует вблизи точки бифуркации, то возникает вопрос: по какой из ветвей пойдет ее дальнейшая динамика? Но это определит

сколь угодно малое случайное возмущение. Поэтому при такой детальности формулировки прогноза (указании соответствующей ветви) достичь разумной надежности невозможно в принципе, причем практически ни при каком периоде упреждения (Моисеев, 1986).

Еще один пример. Рассмотрим экосистему, моделью функционирования которой является динамическая система со странным аттрактором (см., например, Алексеев, Корниловский, 1982; Розенберг, 1985). Пусть необходимая детальность прогноза состояния такой системы соответствует указанию значений координат точки, описывающей ее поведение в фазовом пространстве. Если эта точка находится внутри притягивающей области, то разумная надежность таких прогнозов также не достижима в принципе (Алексеев, 1976; Монин, 1978).

Осознание этого факта непредсказуемости состояния ряда систем трудно переоценить. Его понимание в прогностике, по-видимому, можно сравнить с пониманием невозможности создания вечного двигателя в механике.

Непредсказуемость поведения траекторий, выбранных заданием начальных условий со сколь угодно высокой (но конечной) точности, служит принципиальным препятствием на пути долгосрочного экологического прогнозирования. Один из авторов открытия странных аттракторов, Э.Лоренц, назвал этот эффект непредсказуемости поведения динамических систем "бабочкой-эффектом": пусть атмосфера описывается динамической системой со странным аттрактором, тогда даже ничтожное изменение начальных условий, вызванное взмахом крылышек бабочки, приведет к катастрофическим для долгосрочного прогноза погоды последствиям. Для подобных систем имеют смысл только краткосрочные прогнозы.

Все вышеизложенное приводит к выводу о принципиальном ограничении предсказуемости структуры и поведения экосистем (Алексеев, 1976; Моисеев, 1983; Шапиро, Луппов, 1983; Базыкин, 1985).

Анализ обширной литературы по динамике численности реальных и модельных популяций, сообществ и экосистем позволяет сделать следующие выводы:

1. существуют факторы, которые в основном не влияют на динамику экосистем, но иногда оказываются значимыми;
2. для каждой фазы динамики экосистем определяющими являются свои собственные факторы;
3. характер и уровень связей для различных фаз динамики экосистем существенно различаются;
4. многие обнаруженные закономерности, как бы они вначале ни были хороши, со временем разрушаются (становятся не соответствующими действительности).

В определенном смысле аналогичные выводы имеют место при изучении динамики многих и экономических, и метеорологических систем (Тейл, 1971; Лукашин, 1979; Редкозубов, 1981; Цигичко, 1986). Однако чрезвычайно низкая точность измерений, а также острый дефицит апостериорной информации в целом характерны лишь для экологического прогнозирования.

1.2. ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

*С солнцем смотрим, с небом плачем,
С ветром лугом шелестим...
Что мы знаем? Что мы значим?
Мы - цветы! Мы - миг! Мы - дым!
Валерий Брюсов*

Качество и тип любой модели (предиктора) определяются следующими обстоятельствами (Брусилловский, 1985; 1987):

- целью исследования;
- объемом знаний об исследуемой системе, находящихся в распоряжении модельера;
- объемом ресурсов, имеющихся в распоряжении модельера (например, количеством времени, отведенным на разработку модели, типом ЭВМ, числом системных программистов и т.п.);

- парадигмой, к которой принадлежит модельер;

- опытом и талантом модельера.

Оценку современного состояния экологического прогнозирования можно пытаться осуществить двумя естественными путями, считая при обсуждении прогностического исследования первичным признаком метод или объект прогнозирования. Однако при ближайшем рассмотрении оба эти пути оказываются нереалистичными, так как в экологии применяются около 100 методов прогнозирования, разнообразие же объектов прогнозирования значительно больше.

Приемлемым здесь оказывается третий путь, связанный с оценкой успехов и неудач использования предикторов, порожденных различными парадигмами экологии. При этом всю проблематику экологического прогнозирования условно можно разделить на две группы: первая обусловлена сбором и обработкой первичной информации, вторая - сложностью экосистем и несовершенством традиционной методологии экологического прогнозирования. Остановимся вкратце на каждой группе проблем в отдельности.

1.2.1. Проблемы, индуцированные сбором и обработкой первичной информации

Прогнозирование состояний функционирующей экосистемы возможно лишь при наличии достаточного объема данных наблюдений, характеризующих ее структуру и поведение. Если таких данных совсем мало, то никакой математический аппарат, никакая ЭВМ здесь не помогут. Единственный выход в таких ситуациях - собрать недостающую информацию. С другой стороны, до самого последнего времени наблюдение над отдельными экологическими параметрами (и экосистемами в целом) осуществлялось бессистемно, и поэтому имеют место информационные лакуны, о которых пишет Ю.М.Свирижев (1981). Заполнение таких лакун - задача чрезвычайно трудная, а часто и неосуществимая.

Минимальный объем данных наблюдений, при котором имеет смысл построение соответствующего предиктора, существенно зависит от требуемого периода упреждения, детальности формулировки и надежности разрабатываемых прогнозов, а также специфики поведения изучаемой системы (предсказываемой переменной). Несмотря на то, что в настоящее время в рамках функциональной парадигмы существуют методы прогнозирования коротких временных рядов, их повсеместное применение в экологии требует осмотрительности. Например, при наличии даже 100 наблюдений без лакун (а эта цифра для экологического исследования внушительна!) говорить о среднесрочном прогнозе имеет смысл лишь в ситуации, когда в соответствующий интервал наблюдений (100 точек) 2-3 раза укладываются характерные времена изучаемой переменной. Для краткосрочного прогнозирования это условие излишне: такие прогнозы можно пытаться строить уже при 20-30 наблюдениях и, как правило, независимо от специфики изучаемой системы. Правда, для такого объема исходной эмпирической информации одни методы прогнозирования не работают вообще (например, спектральный анализ; Тутубалин, 1983), а другие хотя и применимы, но в отдельности не обеспечивают приемлемой надежности выводов.

В силу уникальности всех экологических объектов системы экологического прогнозирования не могут быть ориентированы на широкий класс объектов прогнозирования. Рассмотрим, например, насколько адекватен подход к прогнозированию численности некоторого вида только с помощью среднего значения.

Среднее является неустойчивой статистикой. Статистика называется **устойчивой**, если при изменении малой доли данных (неважно какой и сколь сильно) существенных изменений в

суммирующей статистике не происходит (Мостеллер, Тьюки, 1982). Если в данных изменится какое-нибудь одно значение на n единиц, то среднее изменится в том же направлении на n/m единиц, m - объем выборки.

Примером устойчивой статистики может служить **медиана**. На медиану не влияют величины "больших" и "малых" значений: она терпима к нарушениям нормальности на "хвостах" распределения. Однако кроме **робастности** (устойчивости) к **предпосылкам**, "хорошая" статистика должна обладать еще и свойством **робастности к эффективности**, т.е. высокая эффективность оценивания должна гарантироваться при широком варьировании ситуаций.

Ф.Мостеллер и Дж.Тьюки (1982, с. 214) приводят важную для практики таблицу свойств некоторых статистик центральной тенденции, которую имеет смысл здесь воспроизвести (см. табл. 1.2).

Таблица 1.2

Устойчивость и робастность к эффективности некоторых статистик центральной тенденции

Статистика	Объем выборки	Устойчивость	Гауссова эффективность	Эффективность при разбросанных "хвостах"	Робастность к эффективности
Арифметическое среднее	малый	нет	100%	плохая	плохая
	большой	нет	100%	очень плохая	очень плохая
Медиана	малый	да	высокая	достаточно высокая	высокая
	большой	да	62%	достаточно высокая	умеренная
Бивес-оценка	малый	разумно	неплохая	достаточно высокая	высокая
	большой	да	90%	90%	высокая

Следовательно, если пренебречь совсем малыми выборками, бивес-оценка обладает всеми желаемыми свойствами и может быть рекомендована для практики (подробнее эта статистика исследуется в разд. 2.1). В ситуациях, где достаточно умеренной эффективности, а также в случае малых выборок объемом 3-5 лучше работать с медианой. Среднее же нужно использовать достаточно осторожно, когда нет выбросов, "хвосты" распределения коротки и т.п. Таким образом, **сложившаяся практика прогнозирования численности различных видов только с помощью среднего неадекватна реальной ситуации.**

Если эмпирическая информация получена с низкой точностью, то трудно ожидать хорошего качества от прогнозов, построенных на ее основе (независимо от используемого метода).

В прогностических экологических исследованиях широко распространено описание и моделирование систем в количественных шкалах (отношений или интервалов). Вместе с тем, зачастую результаты исследования формируются в шкалах наименований. Так, при описании динамики млекопитающих (Ефимов, Галактионов, 1983) в модели фигурируют переменные, измеряемые в количественных шкалах (численность популяции), результаты же

моделирования и прогнозы описываются в терминах переменных, измеряемых в шкале наименований (в такие-то годы произойдет вспышка численности, а в такие-то - нет).

В экологии, как правило, точность наблюдений и достоверность выводов в шкалах наименований (например, при работе с бинарными данными) выше, чем в количественных шкалах. Поэтому часто имеет смысл описывать и предсказывать параметры экосистем сразу в шкалах наименований, минуя промежуточный этап исследований в количественных шкалах (годы сильного "цветения" водохранилищ, вспышек численности популяций вредителей и пр.).

Прогнозы состояния экосистем, как уже отмечалось, могут строиться и в количественных, и в качественных шкалах одновременно. Можно сказать, что в таких ситуациях отдельные предикторы "разговаривают" на различных диалектах языка прикладной математики (термин В.В.Налимова, 1979). Но при этом одни из них никак не используются для повышения надежности других.

Таким образом, разработка предикторов, а также алгоритмического и программного обеспечения системы экологического прогнозирования должна вестись с обязательным учетом не только свойств изучаемой системы, но и объема, и качества (точности) имеющейся эмпирической информации. Искусство модельера часто направлено именно на то, чтобы, с одной стороны, строить модели, параметры которых определяются в итоге наблюдений достаточно точно, а с другой - чтобы они (модели) представляли еще и практическую значимость.

1.2.2. Проблемы, порожденные сложностью экосистем и традиционной методологией экологического прогнозирования

В экологии стала стандартной ситуация, когда изучение системы и построение прогнозов ее состояния осуществляется (или может осуществляться) одновременно всеми парадигмами. При этом каждая из них индуцирует разработку достаточно большого числа разнообразнейших и не стыкующихся между собой моделей (предикторов).

Например, прогнозы состояния планктонных сообществ оз. Байкал можно получить с помощью трех совершенно различных имитационных моделей (Ащепкова и др., 1978а, б; Горстко и др., 1978), нескольких эскизных моделей (например, Власова, 1977), вербального предиктора (Ащепкова, Кожова, 1985) и двух функциональных (Ивахненко и др., 1980; Чеберкус, 1985).

Прогнозы численности грызунов (полевки) могут осуществляться с помощью имитационного (Бененсон, Жигальский, 1982), функционального (Ефимов, Галактионов, 1983), вербального (Методы прогноза развития..., 1978; Груздев, 1980) предикторов.

Аналогичная ситуация имеет место при изучении динамики биосферы с помощью эскизных (Крапивин, 1978; Кибзун, 1983), имитационных (Крапивин и др., 1982; Моисеев и др., 1985) и многочисленных функциональных (например, Лит, 1974; Петропавловский и др., 1978) предикторов.

Специфика экологического прогнозирования на современном этапе состоит прежде всего в видении одного и того же феномена с помощью множества различных и более-менее равноценных моделей (проявление принципа множественности моделей). Традиционный подход к прогнозированию заключается в выборе единственного, лучшего в каком-либо смысле предиктора и его эксплуатации.

В итоге полезная информация об изучаемой системе оказывается рассредоточенной по целому ряду отдельных источников и используется нерационально. Принципы системологии (см. Введение), имеющие важное значение для экологического прогнозирования, часто просто игнорируются. В процессе разработки прогнозов межпарадигмальная комплексация методов и алгоритмов отсутствует. Что делать с прогнозами, полученными с помощью различных предикторов, неясно. По-видимому, существует целый спектр "элементарных" механизмов функционирования экосистем, каждый из которых реализуется только при отдельных

условиях. Смешиваясь друг с другом, они образуют реальный механизм функционирования (генерации наблюдаемых временных рядов). Например, для популяций насекомых элементарными механизмами могут служить воздействие энтомофагов, специализированных хищников и паразитов, эпизоотии и, наконец, внутривидовая конкуренция (Исаев и др., 1984). В отдельных же предикторах отображаются, как правило, лишь некоторые из элементарных механизмов.

В.В.Налимов (1983) в качестве одного из главных недостатков существующей методологии экологического прогнозирования отмечает потенциальную возможность omnipotentности тех факторов, которые не включены в модель вследствие их малой значимости в прошлом. В связи с этим он считает собственно экологическое прогнозирование фактически бессмысленным, и в качестве ослабленного варианта предлагает слежение за состоянием экосистем (так называемый паттерн-анализ). Однако переменные паттерна опять же выбираются только из соображений их значимости в прошлом или экспертным путем, и поэтому проблема omnipotentности тем самым не снимается. Кроме того, паттерн экосистемы существенно зависит от шага слежения: корреляционные паттерны среднедекадных, среднесезонных и среднегодовых значений могут сильно различаться. В качестве примера укажем на наблюдавшиеся совершенно различные паттерны луговых растений на Южном Урале, как в разные годы, так и при различном воздействии на них (Миркин, Розенберг, 1977; Янтурин, 1978). Даже для фиксированного шага слежения структура паттерна может резко меняться во времени при нормальном функционировании системы.

Omnipotentность факторов проявляется в контринтуитивном поведении экосистемы - в целом наша интуиция оказывается плохим помощником при разработке экологических прогнозов. Omnipotentность факторов - объективно существующее явление, и поэтому его обязательно нужно принимать во внимание. Однако в традиционной методологии экологического прогнозирования приемов борьбы с omnipotentностью, по существу, нет.

В последние годы для обеспечения задач прогнозирования разработано достаточно много различных библиотек и пакетов прикладных программ (см., например, Справочник по типовым..., 1980; Алгоритмы и программы..., 1984; Дайитбегов и др., 1984; Пакет прикладных..., 1984; Семенов, 1984; Ивахненко, Степашко, 1985; Брусиловский, Фридлянд, 1986; Енюков, 1986; Загоруйко и др., 1986) Основной недостаток имеющихся пакетов по прогнозированию состоит в том, что прогноз конкретного временного ряда строится в рамках только одного алгоритма. Иначе говоря, предполагается, что истинный механизм генерации этого ряда является единственным и что он хорошо аппроксимируется одним из алгоритмов, имеющихся в применяемом инструментарии. Как уже отмечалось выше, для экосистем это скорее исключение, чем правило.

Таким образом, для эффективного функционирования системы экологического прогнозирования необходимо такое алгоритмическое и программное обеспечение, которое бы позволяло:

- работать с небольшими выборками данных, полученных со значительной погрешностью;
- использовать приемы борьбы с omnipotentностью факторов;
- учитывать неформальное знание и видение одного и того же феномена с помощью целого множества различных и более-менее равноценных моделей, возможную "разношкальность" предикторов, отсутствие унифицированной и общепризнанной методики оценки их качества;
- быть гибким по отношению к новой информации.

1.2.3. Проблемы создания коллективов предикторов

Практически любая модель содержит как "рациональное зерно", так и "шелуху". Возникает естественное желание агрегировать всю полезную информацию (или, по крайней мере, ее большую часть) в одной интегральной модели - предикторе-гибриде. Задача агрегации полезной информации сводится к задаче организации отдельных моделей исследуемой экосистемы в коллектив (Брусиловский, 1987), т.е. превращении конгломерата моделей в систему моделей. При этом возникает системный эффект - появление у гибрида таких свойств, которые не присущи составляющим элементам (отдельным моделям). Одна из причин, в силу которых качество гибрида может превзойти качество отдельных моделей, входящих в коллектив, состоит в возможности осуществления в рамках коллектива моделей межпарадигмальной гибридизации различных способов, методов и идей. Другая причина состоит в возможности осуществления взаимной коррекции поведения отдельных членов коллектива моделей, улучшающих их совместное функционирование.

Отдельные модели одной и той же системы, порожденные различными парадигмами, можно рассматривать как различные узкоспециализированные инструменты познания. При организации таких моделей в коллектив автоматически реализуется принцип "разделения труда". Существующая практика производства убеждает в необходимости использования этого принципа и при проведении модельного исследования сложных систем. Возможность реализации принципа разделения труда также является аргументом в пользу организации отдельных моделей в коллектив.

Р.Левинс (Levins, 1970) считает, что в моделях происходит обмен между всеобщностью, точностью и реалистичностью. Причем усиление одной из этих позиций в рамках одной модели может быть достигнуто лишь в ущерб другим. Отсюда следует, что усиление всех позиций одновременно возможно лишь в рамках коллектива моделей.

Новая методология предполагает изменение всей совокупности приемов исследования, осуществляемых в рамках экологического прогнозирования. Она включает в себя три этапа:

- коллективизацию (проектирование коллектива предикторов);
- комплексацию (построение соответствующего предиктора-гибрида из предикторов-индивидуумов - членов коллектива);
- эксплуатацию (формирование прогнозов с помощью построенного предиктора-гибрида).

Комплексация в этих условиях становится ключевым этапом методологии прогнозирования коллективов предикторов.

ГЛАВА 2. КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

2.1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ РЯДОВ ДИНАМИКИ

*Время идет, хоть шути - не шути,
Как морская волна вдруг нахлынет и смоем...
Булат Окуджава.*

2.1.1. Общие представления о динамических рядах

Числовые данные, характеризующие процессы, находящиеся в постоянном изменении и движении, образуют ряды динамики. Чаще всего под динамическими рядами понимается хронологические (или временные) последовательности, хотя в принципе выражение "динамика" охватывает не только изменение во времени, но и любое другое изменение состояния под влиянием внешних условий (например, в пространстве).

Большие системы, к которым, как правило, относятся изучаемые экосистемы, функционируют и развиваются во времени и пространстве под действием внутреннего детерминизма и инерционности: сложившиеся объективные тенденции изменения параметров системы сохраняются в известной степени на перспективу определенного периода. Вместе с тем, элементы реальных больших систем находятся, во-первых, в условиях чрезвычайно сложного переплетения внутренних взаимосвязей и, во-вторых, под постоянным влиянием внешних, чаще всего случайных факторов, действующих нередко в непредсказуемом направлении. Поэтому прогнозирование поведения экосистем имеет смысл только в рамках вероятностных категорий. Иначе говоря, для ожидаемых событий могут быть указаны лишь вероятности их наступления, а относительно значений тех или иных величин приходится ограничиваться законами их распределения или другими вероятностными характеристиками.

Теоретической базой для анализа динамических рядов явилась теория случайных процессов (Колмогоров, 1941; Бартлетт, 1958; Андерсон, 1976; Свешников, 1968). **Случайные процессы** представляют собой семейство случайных функций $X(t)$, зависящих от одного параметра, которым в большинстве случаев является время. Современная методика статистического анализа случайных процессов построена на постулате непрерывности динамической траектории. Однако на практике для преодоления вычислительных трудностей непрерывный ряд представляется таблично в виде дискретных численных последовательностей (даже если проводилась непрерывная запись изменения явления с помощью механических или электронных приборов).

Важными характеристиками случайного процесса являются математическое ожидание и дисперсия. **Математическим ожиданием** процесса $X(t)$ является неслучайная функция $m_x(t)$, значение которой в момент времени t равно математическому ожиданию множества реализаций в соответствующем сечении t . **Дисперсией** случайного процесса является неслучайная функция $D_x(t)$, значение которой также равно дисперсии реализаций сечения в каждый момент времени t .

Временной ряд **стационарен**, если порождающий его механизм не меняется при сдвиге во времени, а соответствующий случайный процесс достиг статистического равновесия. Это определение не вполне точно, однако выражает существо дела. Формально стационарный временной ряд определяется как такой случайный процесс, для которого математическое ожидание, дисперсия и ковариации между отдельными членами ряда случайно варьируют вокруг постоянного, не зависящего от времени уровня (так называемая "стационарность" в широком смысле, которая только и рассматривается для временных рядов):

$$m_x(t) = \text{const}; \quad D_x(t) = \text{const}.$$

Простейшим примером стационарного временного ряда является "белый шум" - чисто случайный процесс, значения которого в различные моменты времени независимы и одинаково распределены.

В центре внимания исследователей находятся обычно общие закономерности, скрытые в эмпирических данных и отражающие внутреннюю структуру явления. **Трендом** (или **тенденцией**) называют неслучайную медленно меняющуюся составляющую временного ряда, на которую могут накладываться случайные колебания или сезонные эффекты. Это не вполне строгое понятие использует множество моделей и методов анализа динамики, в основе которых лежит разложение временного ряда на несколько компонент, одна из которых является в определенном смысле достаточно гладкой, отражая глобальную направленность процесса, а остальные компоненты характеризуют воздействие случайных факторов.

Большинство рядов динамики экологических показателей имеют тенденцию среднего уровня, т.е. они, по существу, нестационарны. Однако такие ряды могут быть легко преобразованы в центрированные стационарные ряды путем вычитания функции тренда (**элиминирование тренда**).

Во многих рядах динамики экологических систем можно наблюдать **сезонные колебания** под влиянием внешних факторов, действующих циклически с заранее известной периодичностью. Типичными примерами сезонности являются эффекты, связанные с астрономическими либо календарными причинами. Так, в ряду ежемесячных данных естественно ожидать наличие сезонных эффектов с периодом 12, в квартальных рядах - с периодом 4. В свою очередь, в информации, собираемой с интервалом 1 час, вполне могут возникнуть суточные эффекты с периодом 24. Некоторые исследователи обнаруживают многолетние циклы в компонентах биосферы разной регулярной периодичности (50, 18, 9 лет и др.) и связывают их с солнечной активностью (см. раздел 2.2.7). Существуют и другие квазипериодические зависимости значения случайной функции от предыстории (временного лага), позволяющие вычислить вероятность того, что некоторое будущее значение будет лежать в определенном интервале.

2.1.2. Примеры временных рядов и их характеристики

Рассмотрим конкретную реализацию случайной функции $x(t)$. В дальнейшем будем понимать под одномерным временным рядом совокупность измерений этой функции, генерируемых последовательно во времени через равные фиксированные промежутки (месяц, квартал, год) и пронумерованных аналогично выборке объема n :

$$x = x(1), x(2), \dots, x(n).$$

Для интерпретации всех последующих моделей и рассуждений в качестве экологических иллюстраций будем использовать временные ряды, получившие следующие условные идентификаторы:

- **РАСХОД** - суммарный расход воды в Куйбышевском водохранилище по плотине ГЭС им. В.И.Ленина, км³/мес. (ежемесячные данные за период с 1957 по 1988 г., всего 384 измерений, пропусков нет);
- **СКОРОСТЬ** и **ПОВТОР** - среднемесячная скорость (м/сек) и повторяемость северного ветра (%) по данным одного из метеопостов в районе г. Тольятти (ежемесячные данные за период с 1961 по 1988 г., всего 336 измерений, 3 пропущенных значения);
- **NH₄⁺** и **Fe** - экспериментальные значения концентраций ионов аммония и железа (мкг/л) по данным экспедиционных исследований Института экологии Волжского бассейна РАН на одном из постов наблюдений (данные за 6 месяцев вегетационного периода, с мая по

октябрь, за 24 года наблюдений - с 1958 по 1988 г., всего 144 точки, 8 пропущенных значений);

- **NCAL** и **NROT** - экспериментальные значения численностей каляноид (*Calanoida*) и ротаторий (*Rotatoria*) (тыс.экз/м³) по данным экспедиционных исследований Института экологии Волжского бассейна РАН на одном из постов наблюдений (данные за 6 месяцев вегетационного периода, с мая по октябрь, за 21 год наблюдений - с 1958 по 1984 г., всего 126 точек, 14 пропущенных значений).

Поскольку последние четыре ряда охватывают в течение года только 6 месяцев вегетационного периода, то эти временные последовательности были сконструированы таким образом, что за наблюдением, приуроченным к октябрю, следовали данные за май следующего года, а вся временная шкала представляла собой натуральный ряд чисел.

2.1.3. Пропуски, выбросы и разрывы временных рядов

Биометрические данные часто имеют **пропуски** наблюдений, для восстановления которых в практике используются различные алгоритмы. Например, в известной программе расчета временных рядов "Мезозавр" для этой цели предлагается следующая оригинальная процедура. Для заполнения пропуска, относящегося к моменту t , отрезок ряда, попадающего во временной интервал $[t - q, t + q]$, аппроксимируется полиномом второго порядка. Значение параметра q принимается равным 30, причем ранее заполненные пропуски при этом не учитываются. Подгонка полинома осуществляется с помощью метода наименьших квадратов с экспоненциально убывающими весами. Коэффициент убывания весов зависит от автокорреляционной структуры ряда и от длины максимально пропущенного куска, и меняется в пределах от 0.5 до 1 (при наличии длинных пропусков он близок к 1). В качестве значения ряда берется значение подогнанного полинома в точке t . Естественно, что общее число пропусков не должно превосходить 2/3 длины ряда. Ограничиваются также длина максимального пропуска и локальная доля пропусков.

Под **выбросами** обычно понимаются наблюдения, являющиеся в том или ином смысле аномальными. Для временных рядов понятие выброса учитывает представление о ряде, как о сумме тренда и случайной составляющей. Соответственно, выброс - это точка, отстоящая от предполагаемой линии тренда слишком далеко. Для поиска аномально отклоняющихся значений к ряду может быть применена, например, процедура медианного сглаживания с использованием 5- или 3-точечной скользящей медианы. Затем строится ряд остатков, находится робастная оценка его дисперсии (см. разд. 2.1.4) и в качестве выбросов рассматриваются точки, превысившие по модулю приблизительно 5 стандартных ошибок. Например, при использовании этой процедуры для ряда РАСХОД 29 значений, приходящихся на майский паводок были квалифицированы как выбросы (см. рис. 2.1).

Под **разрывом** понимается скачкообразное изменение уровня временного ряда, т.е. выброс в ряду значений первых разностей исходного ряда. Например, одна из процедур поиска разрывов устроена следующим образом. Сначала ряд сглаживается 3-точечной скользящей медианой, чтобы отфильтровать возможные выбросы. Затем вычисляются приращения сглаженного ряда и к ряду, составленному из приращений, применяется процедура поиска выбросов. Пользуясь этой схемой, в ряде РАСХОД можно обнаружить 9 разрывов, также приходящихся на майский паводок.

Очевидно, что к идентификации выбросов и разрывов в экологических рядах, характеризующихся резкими сезонными скачками, следует подходить с большой осторожностью, чтобы "не выплеснуть вместе с водой и ребенка".

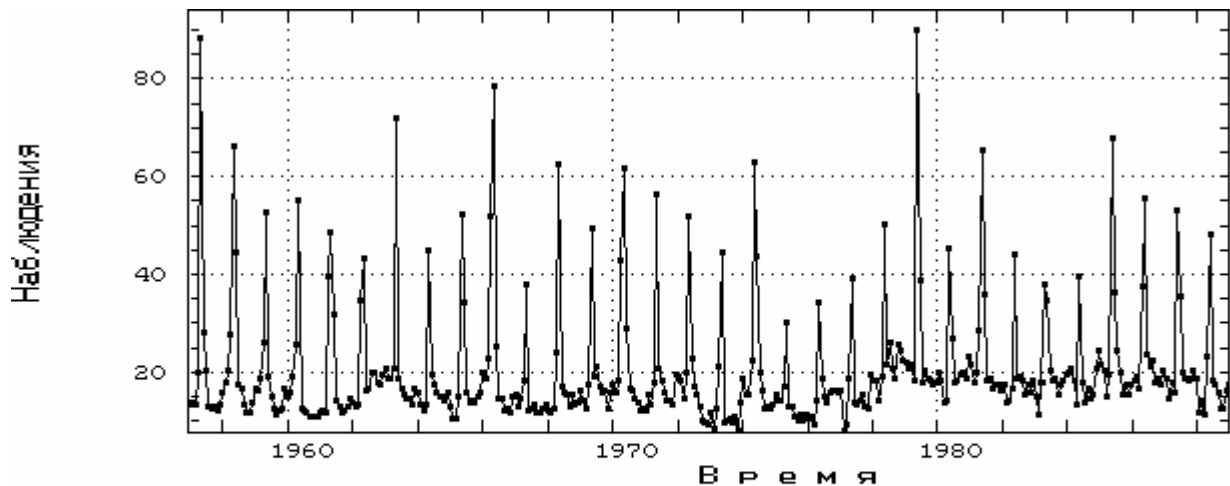


Рис. 2.1 График ряда РАСХОД

2.1.4. Выборочные статистические характеристики ряда

В общем случае определение статистических характеристик случайной функции по экспериментальным данным представляет собой весьма сложную процедуру, состоящую из трех этапов: оценки стационарности функции, оценки характеристик ординат случайной функции и осреднения этих оценок. На практике при анализе временных рядов им приписывают свойство **эргодичности**, основанное на предположении о том, что единственная реализация случайной функции репрезентативной продолжительности является достаточным опытным материалом для получения ее статистических характеристик.

Другим свойством, которым должна обладать итоговая статистика, является **устойчивость**. Если при резком изменении малой доли количества данных (вследствие выбросов или других случайных искажений) значение статистической характеристики претерпевает существенные изменения, то такая статистика неустойчива.

Среднее значение для стационарного временного ряда определяется как математическое ожидание любого индивидуального значения (ввиду стационарности это математическое ожидание не зависит от момента наблюдения). В качестве оценки среднего используют обычно выборочное среднее значений ряда - сумму значений ряда, деленную на их общее число. При предположениях эргодичности эта оценка состоятельна, хотя при наличии сильной автокорреляции она теряет свою эффективность. Арифметическое среднее - прототип неустойчивого итога.

Медиана временного ряда определяется как медиана распределения реализаций случайной функции в момент времени t , т.е. такое действительное число, вероятность превышения которого для произвольного измерения равна 0.5 (для стационарного временного ряда эта величина не зависит от момента наблюдения). Для оценки медианы используют выборочную медиану ряда, т.е. центральный член (либо полусумму центральных членов) последовательности измерений, упорядоченной по возрастанию. В случае симметричного, например гауссовского распределения, теоретическое значение медианы совпадает со средним значением ряда, а выборочная медиана является альтернативной оценкой среднего значения. Медиана служит прототипом простого устойчивого итога.

Если при исследовании временных рядов требуется **робастность эффективности** (т.е. гарантированное качество оценки при широком варьировании ситуаций) то

рекомендуется использовать более сложные устойчивые статистики, как, например, **бивес-оценку** (Мостеллер, Тьюки, 1982):

$$b = \frac{\sum \omega_i x_i}{\sum \omega_i}, \text{ где } \omega_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{x_i - b}{c \cdot \mu_s} \right)^2 \right]^2, & \text{если } \left(\frac{x_i - b}{c \cdot \mu_s} \right)^2 < 1; \\ 0 & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

μ_s - медиана абсолютных отклонений $|x_i - b|$, c - константа, которая берется равной 9 или 6. Поскольку μ_s есть оценка для примерно $2/3 \sigma$, то при расчете бивес-оценки не учитываются "хвосты" нормального распределения, т.е. измерения, превышающие 4σ (при $c = 6$) или 6σ (при $c = 9$). Так как мы не можем непосредственно вычислить b , не зная вектора весовых коэффициентов ω , и, в то же время, не можем найти веса, пока не знаем b , бивес-оценка рассчитывается по приведенным формулам с использованием итеративной процедуры.

Дисперсия динамического ряда определяется как дисперсия любого индивидуального значения (для стационарных рядов эта величина не зависит от момента наблюдения). Для его оценки используют обычно выборочную дисперсию ряда - сумму квадратов отклонений от среднего значения ряда, деленную на $(n-1)$, где n - число значений ряда. При предположениях эргодичности эта оценка состоятельна, хотя при наличии сильной автокорреляции она теряет эффективность.

Выборочные оценки среднего, медианы и дисперсии могут быть вычислены и для нестационарного ряда, но в этом случае они не имеют вероятностной интерпретации.

Таблица 2.1

Выборочные статистические характеристики исследуемых временных рядов

Ряд	Среднее	Медиана	Бивес-оценка	Дисперсия	Стандартная ошибка
РАСХОД	20.1873	16.595	16.373	153.134	12.3747
СКОРОСТЬ	4.92077	4.3	4.685	4.51953	2.12592
ПОВТОР	12.1056	11	11.637	54.0767	7.35368
NH ₄ ⁺	89.9827	60	70.16	6242.46	79.0092
Fe	129.369	100	116.67	11867.4	108.938
NCAL	2.10397	1.01	1.51	8.34914	2.88949
NROT	64.5805	48.5	56.266	4573.81	67.6299

В табл. 2.1 видно существенное различие между средним и медианой для ряда NCAL, которое объясняется существенной асимметрией распределения данных этого показателя (см. гистограмму на рис. 2.2). Значения бивес-оценки занимают, как правило, промежуточное место между средним и медианой.

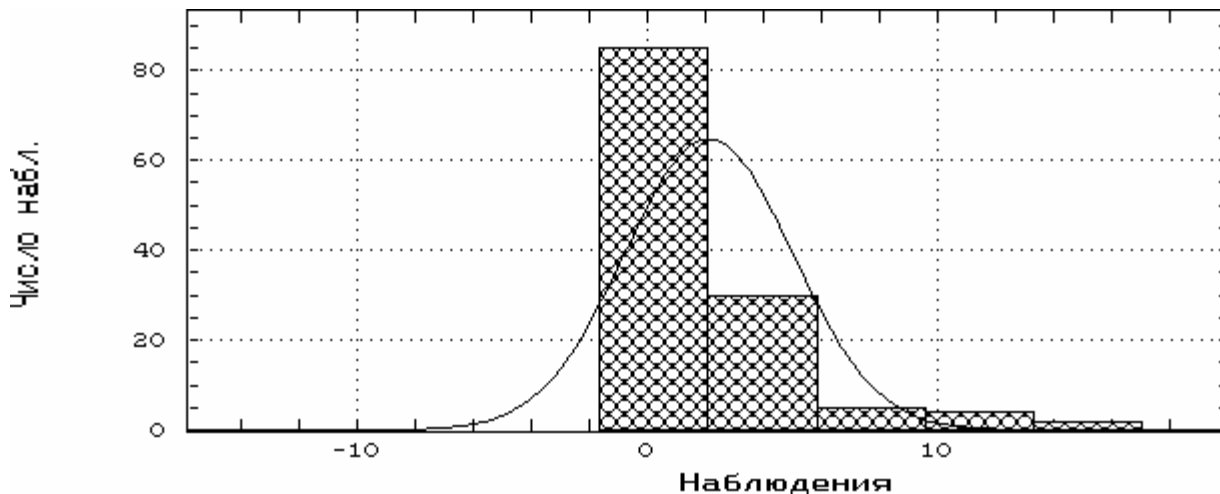


Рис.2.2. Гистограмма уровней ряда NSAL
(критерий согласия Пирсона 637.6)

2.2. МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ТРЕНДА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*Вы как судьи нарисуйте наши судьбы,
Нашу осень, наше лето и весну,
Ничего, что мы чужие - вы рисуйте:
Я потом, что непонятно, объясню.
Булат Окуджава*

2.2.1. Общие замечания

Выбор стратегии и методов предварительной обработки и анализа рядов динамики безусловно зависит от конечной цели исследователя. Однако, как правило, первым этапом является оценка тренда временного ряда.

Как было отмечено выше, любой ряд динамики может быть разделен на три компоненты:

$$x(t) = f(t) + g(t) + h,$$

где $f(t)$ - детерминированная компонента, представляющая собой некоторую аналитическую функцию, выражающую тенденцию в ряду динамики;

$g(t)$ - стохастическая компонента, моделирующая характер периодической и квазипериодической вариации исследуемого явления;

h - случайная компонента типа "белый шум".

Таким образом, вычитание тренда из исследуемого ряда динамики является изменением масштаба данных и сохраняет полную информацию о вариации явления.

Для длинных рядов выделение тренда носит обычно разведочный характер, так как часто невозможно указать подходящую параметрическую кривую для аппроксимации ряда на всей его длине. Для выделения тренда в этом случае используют различные непараметрические методы анализа временных рядов, такие как, сглаживание скользящими средними или скользящими медианами, частотную фильтрацию и т.п. (Крамер, 1948; Хеннан, 1964; Вайну, 1977; Кашьяр, Рао, 1983). В отличие от параметрических методов выделения тренда, эти методы пригодны лишь для осреднения значений ряда по точкам некоторой окрестности и не

могут быть использованы для прогнозирования (экстраполяции) динамических рядов, поскольку не дают в явном виде расчетного уравнения детерминированной компоненты $f(t)$. Однако получение достаточно гладкой траектории дает возможность визуально оценить наличие тенденции в условиях сильной зашумленности, а также выделить ряд остатков $y(t) = x(t) - f(t)$, как случайную компоненту временной последовательности, если конечной целью исследования является построение моделей авторегрессии для прогнозирования.

Для краткосрочного прогнозирования рядов, содержащих неправильно меняющийся тренд, можно использовать метод экспоненциального сглаживания, в котором при построении прогноза наибольшие веса приписываются последним наблюдениям.

2.2.2. Метод скользящих средних

Метод скользящих средних базируется на предположении, считающимся тривиальным: при определении средних значений случайные отклонения погашаются. При сглаживании этим методом фактические значения ряда динамики заменяются средними значениями, которые характеризуют срединную точку периода скользящего (Юл, Кендалл, 1960).

Простое сглаживание основывается на составлении нового ряда из простых средних арифметических, исчисленных для промежутков времени длиной q :

$$\bar{x}(k) = \sum_{t=k}^{q+k} x(t) / q, \quad (k = 1, 2, \dots, n - q + 1),$$

где длина периода сглаживания q зависит от характера временного ряда, а также от цели сглаживания и выбирается исследователем; k - порядковый номер средней.

Пример простого сглаживания ряда СКОРОСТЬ при $q=31$ представлен на рис. 2.3.

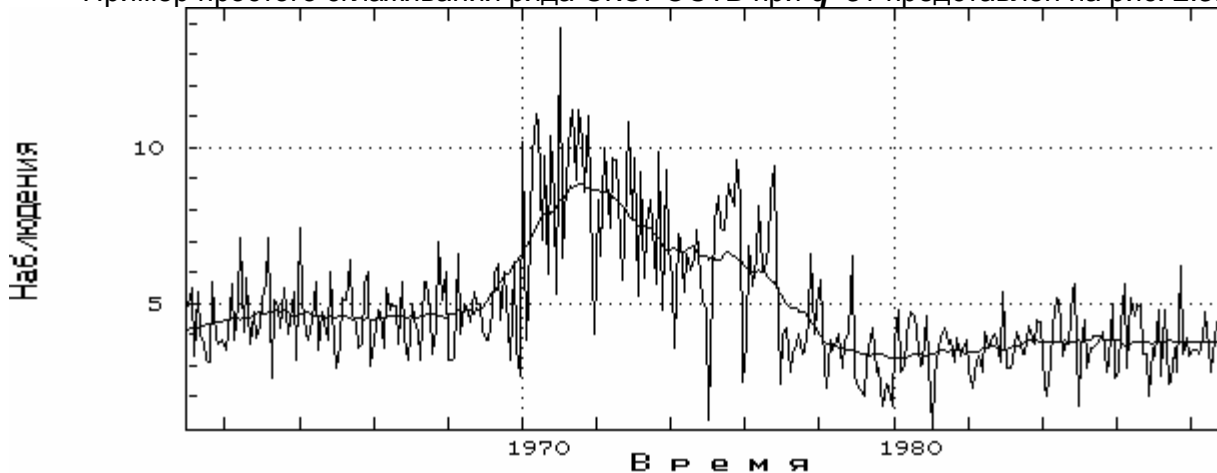


Рис. 2.3. Результаты простого сглаживания ряда СКОРОСТЬ по методу скользящего среднего

После вычитания гладкого тренда из исходного ряда получен новый ряд остатков $y(t)$, показанный на рис. 2.4 и имеющий следующие статистические характеристики: среднее - 0.00256, стандартная ошибка - 1.376 (т.е. процедура сглаживания компенсирует до 40 % вариабельности ряда).

Взвешенное сглаживание состоит в определении средних, взвешенных для разных точек ряда динамики. В основе метода лежит идея локального приближения тренда полиномом не очень высокой степени. Значения оценки тренда в точке t аппроксимируются по уровням ряда из временного интервала $[t - q, t + q]$ полиномом заданного порядка p .

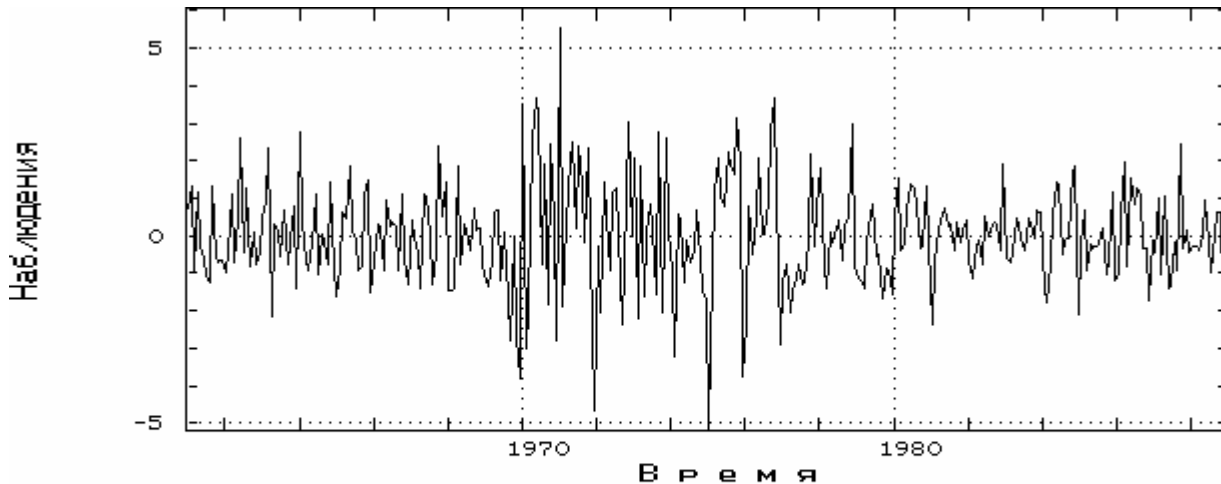


Рис.2.4. График ряда остатков ряда СКОРОСТЬ после элиминации тренда

$$\bar{x}(t) = \sum_{i=0}^p a_i t^i,$$

параметры которого оцениваются по методу наименьших квадратов с помощью уравнений типа:

$$a_0 \sum_{-q+1}^{q+1} t^i + a_1 \sum_{-q+1}^{q+1} t^{i+1} + \dots + a_p \sum_{-q+1}^{q+1} t^{i+p} = \sum x_i t^i$$

Решая полученные уравнения относительно a_i , получим последовательность весов, зависящих только от ширины интервала ($2q + 1$) и порядка полинома p , а расчет значений оценок тренда в точке t эквивалентен построению взвешенной суммы значений ряда в интервале $[t - q, t + q]$. Значения весов для разных q и p уже определены и представлены в соответствующих таблицах (Юл, Кендалл, 1960). Для полинома порядка 1 веса a_i равны между собой, что сводит этот метод к простому сглаживанию.

Результат взвешенного сглаживания ряда ПОВТОР, при $q=31$ и $p=4$, представлен на рис. 2.5.

На практике часто используется **сглаживающий фильтр Хэмминга** - взвешенное скользящее среднее с весами 0.25, 0.5 и 0.25, соответствующее формуле:

$$\bar{x}(t) = 0.25 x(t-1) + 0.5 x(t) + 0.25 x(t+1)$$

(концевые точки копируются : $\bar{x}(0) = x(0)$, $\bar{x}(n) = x(n)$).

Метод скользящих средних имеет ряд преимуществ перед другими методами:

- скользящая средняя дает функцию тренда, в наибольшей мере приближенную к значениям исследуемого ряда, поскольку для отдельных частей ряда выбирается наилучшая тенденция;
- к исследуемому ряду могут быть прибавлены новые значения;
- нахождение тренда не связано с большими вычислительными трудностями.

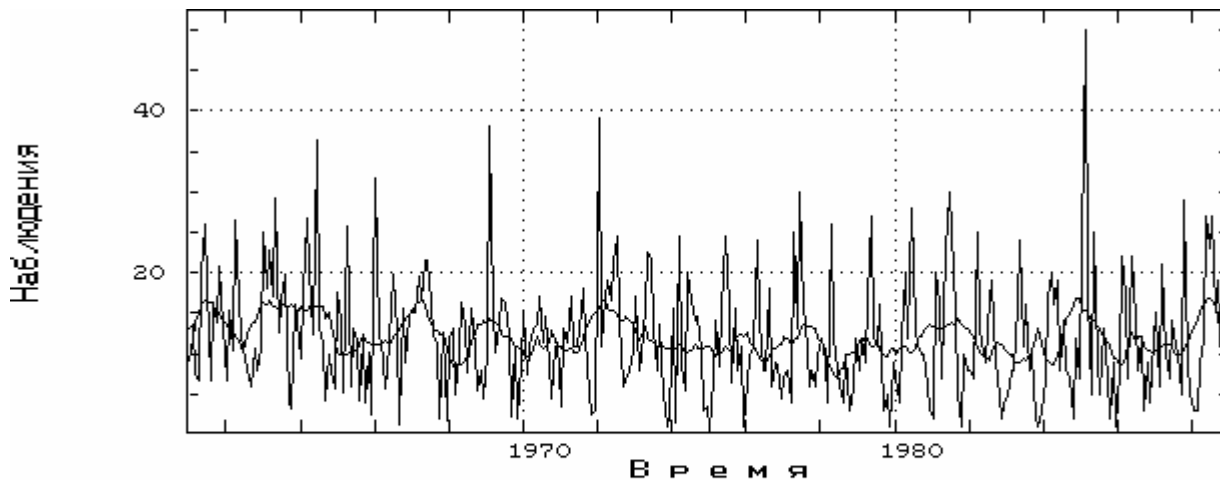


Рис. 2.5. Результаты взвешенного сглаживания ряда ПОВТОР по методу скользящего среднего

Недостатком метода скользящей средней является то обстоятельство, что при увеличении периода скользящего окна теряется информация о крайних периодах ряда, что недопустимо при некоторых приемах анализа временных рядов (например, при спектральном анализе). Кроме того, этот метод (и другие, подобные ему) может вызывать автокорреляцию остатков (см. разд. 2.3.1), даже если она отсутствовала в исходном ряду - так называемый эффект Слущкого - Юла (Юл, Кендалл, 1960; Вайну, 1977).

2.2.3. Медианное сглаживание

В основе метода лежит вычисление **скользящей медианы**. Для того, чтобы найти значение скользящей медианы в точке t , вычисляется медиана значений ряда во временном интервале $[t - q, t + q]$. Соответствующее значение называется $(2q + 1)$ -точечной скользящей медианой. Основное достоинство медианного сглаживания - устойчивость к наличию выбросов.

Очевидно, что для моментов времени t , отстоящих от начала или конца ряда менее чем на q точек, вычисление медиан становится невозможным. Чтобы не сужать область определения сглаженного ряда по сравнению с исходным, для устранения этих краевых эффектов может быть использована, например, процедура, предложенная Тьюки (Tukey, 1961), согласно которой в качестве сглаженного значения для $x(0)$, где 0 - начальный момент времени, предлагается взять медиану трех точек: $x(0)$, $x(1)$ и $3 \cdot x(1) - 2 \cdot x(2)$. Для последнего момента времени $x(n)$ может быть использована аналогичная формула.

Пример медианного сглаживания ряда Fe 13-точечной медианой представлен на рис.

2.6.

2.2.4. Метод экспоненциального сглаживания

Метод **экспоненциального сглаживания** применяется для прогнозирования нестационарных временных рядов, имеющих случайные изменения уровня и угла наклона, и известен под названием метода Брауна.

В качестве основной модели ряда рассматривается его локальная аппроксимация в виде полинома невысокой степени p :

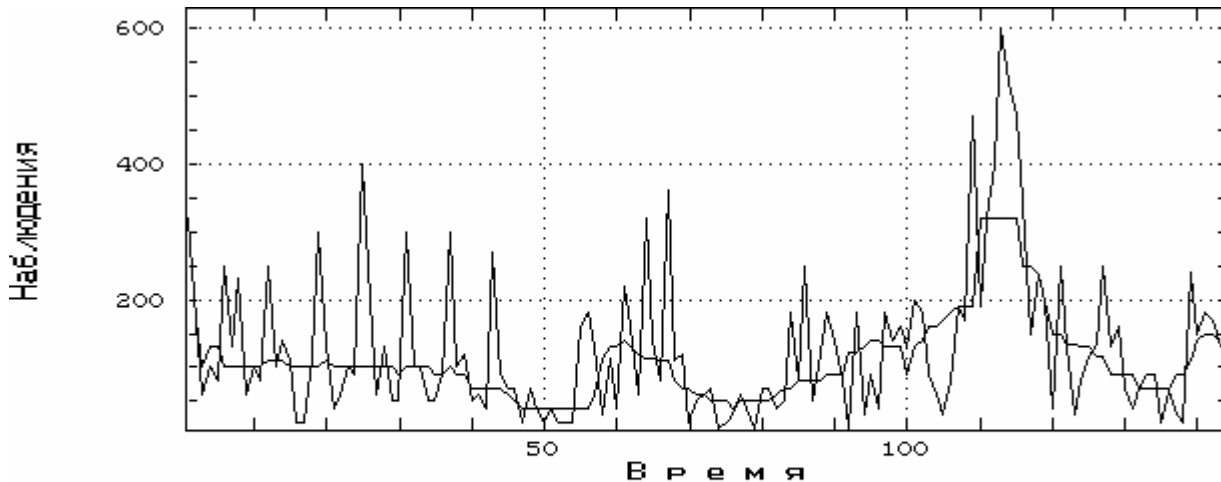


Рис.2.6. Результаты медианного сглаживания ряда FE

$$x(t) = a_0(t) + a_1(t) t + a_2(t) t^2 + \dots + a_p(t) t^p + h,$$

коэффициенты которого a_i медленно меняются со временем.

Если, например, ограничиться линейной моделью, то коэффициенты $a_0(t)$ и $a_1(t)$ оцениваются

$$a_0(t) = x(t) + \beta^2 [x^*(t-1) - x(t)],$$

$$a_1(t) = a_1(t-1) + \alpha^2 [x^*(t-1) - x(t)],$$

где α - параметр сглаживания в диапазоне $0 < \alpha < 1$; $\beta = 1 - \alpha$; $x^*(t-1)$ - предыдущее сглаженное значение. В качестве начальных значений оценок коэффициентов модели берутся

$$a_0(0) = 4x(1) + x(2) - 2x(3); \quad a_1(0) = x(3) - x(1).$$

Таким образом, вычислительный процесс устроен как адаптивная процедура, в которой коэффициенты полинома пересчитываются по старым коэффициентам и новым данным с экспоненциально убывающими весами, причем наибольший вес приписывается последнему наблюдению. Процесс вычислений управляется двумя параметрами: порядком аппроксимирующего полинома p и параметром сглаживания α . В ходе вычислений строится сглаженный ряд, представляющий собой в каждый момент времени t прогноз по данным до момента $(t-1)$ включительно.

Выбор параметра сглаживания α представляет собой достаточно сложную проблему. Чем ближе параметр сглаживания к единице, тем больше влияние последних наблюдений и тем больше скорость убывания весов. Однако, если высокочастотная компонента ряда имеет достаточно большую дисперсию, не следует использовать большие значения параметра сглаживания из-за плохого качества прогноза.

Результаты экспоненциального сглаживания ряда NH_4^+ , при $p = 1$ (линейная модель), представлены на рис. 2.7. Сглаживающая константа $\alpha = 0.224$ была найдена путем минимизации ошибки прогноза на один шаг вперед, вычисленной по последней трети ряда.

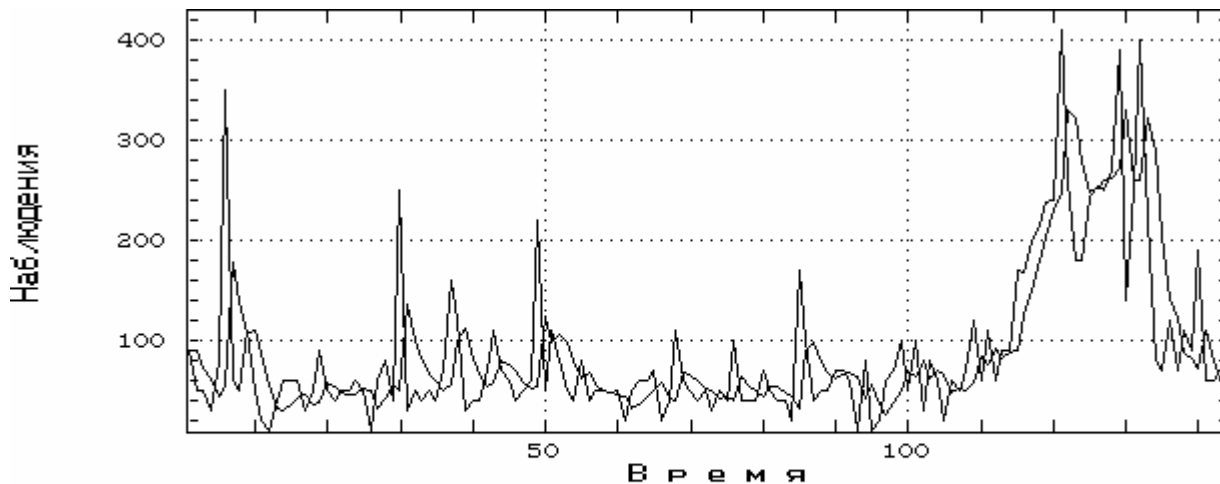


Рис.2.7. Результаты экспоненциального сглаживания ряда NH_4^+

2.2.5. Процедура сезонного экспоненциального сглаживания

Наиболее простой метод учета межгодовых периодичностей состоит в **сезонном экспоненциальном сглаживании**. В аддитивной форме этой модели ряд представляется в виде

$$x(t) = f(t) + s(t) + \eta,$$

где $f(t)$ - тренд, η - случайная компонента, а $s(t)$ - сезонная составляющая, которая предполагается периодической с периодом l :

$$s(t) = s(t+l).$$

Фактически функция S на любом периоде определяется множеством из l значений $s(1)$, ..., $s(l)$, которые называют индексами сезонности, причем для однозначности параметризации модели обычно предполагают, что

$$s(1) + \dots + s(l) = 0.$$

Пусть, например, $x(t)$ - ряд ежемесячных данных с естественным периодом сезонности $l = 12$ и момент времени $t = 1$ соответствует январю года N . Тогда коэффициент $s(1)$ выражает среднестатистическое отличие январей от среднего по всем месяцам. В свою очередь, $s(2)$ - аналогичная характеристика февралей и т.д.

Для рядов, содержащих явно выраженный тренд, часто более естественна мультипликативная форма модели. В этом случае в качестве условия нормировки используется условие

$$s(1) \cdot s(2) \cdot \dots \cdot s(l) = 1.$$

Модификацией метода экспоненциального сглаживания для сезонных рядов являются методы **Уинтерса** и **Тейла-Вейджа** (Тейл, 1971). В качестве модели ряда используется его представление в виде комбинации линейного тренда с сезонной составляющей, наложенной либо мультипликативно (модель Уинтерса), либо аддитивно (модель Тейла - Вейджа). Предполагается, что коэффициенты тренда и сезонная составляющая могут медленно меняться во времени. В соответствии с этим вычислительный процесс устроен как адаптивная процедура, управляемая тремя параметрами адаптации (один параметр - адаптация уровня, второй - угла наклона, третий - коэффициентов сезонности). Каждый параметр должен

находится в интервале от 0 до 1: чем ближе параметр к единице, тем больший вес приписывается последним наблюдениям. В ходе вычислений строится сглаженный ряд, представляющий собой в каждый момент времени t прогноз по данным до момента $(t - 1)$ включительно.

Результаты сезонного экспоненциального сглаживания ряда NCAL (аддитивная модель) и ряда NROT (мультипликативная модель) при $l = 6$ представлены соответственно на рис. 2.8 и 2.9.

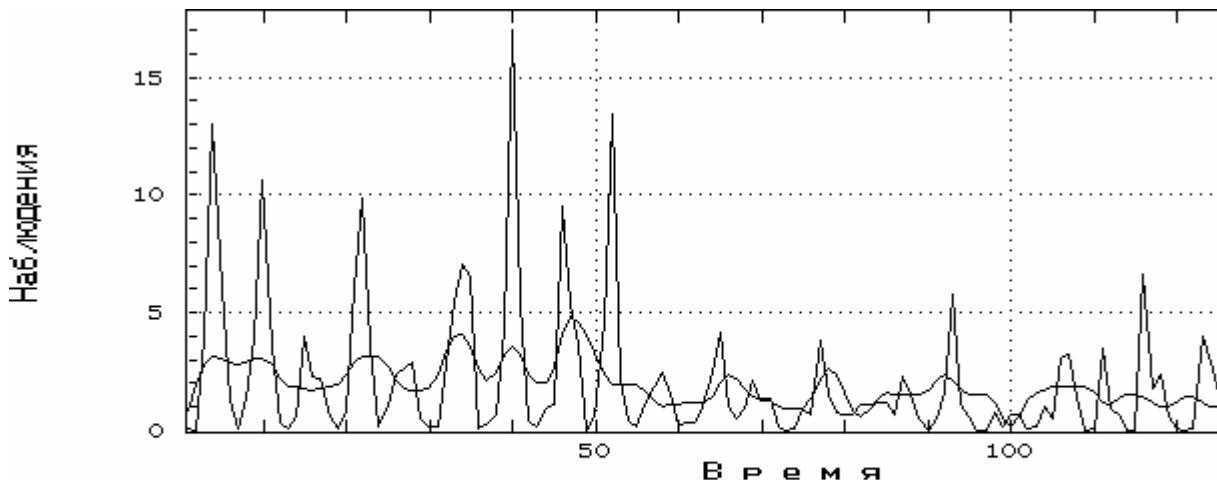


Рис. 2.8. Результаты сезонного экспоненциального сглаживания ряда NCAL(аддитивная модель)

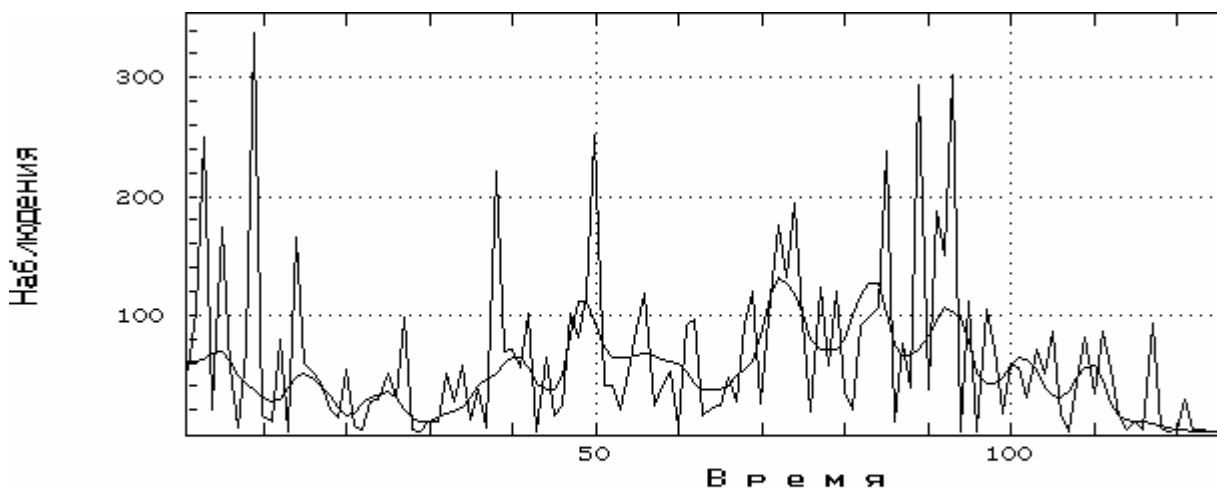


Рис. 2.9. Результаты сезонного экспоненциального сглаживания ряда NROT (мультипликативная модель)

Графики вычисленных при сглаживании индексов сезонности $s(1), \dots, s(6)$ изображены на рис. 2.10 и 2.11, где отчетливо виден одновершинный пик численности каляноидов, приходящийся на август, и двухвершинная активность популяции ротаторий в июне и сентябре.

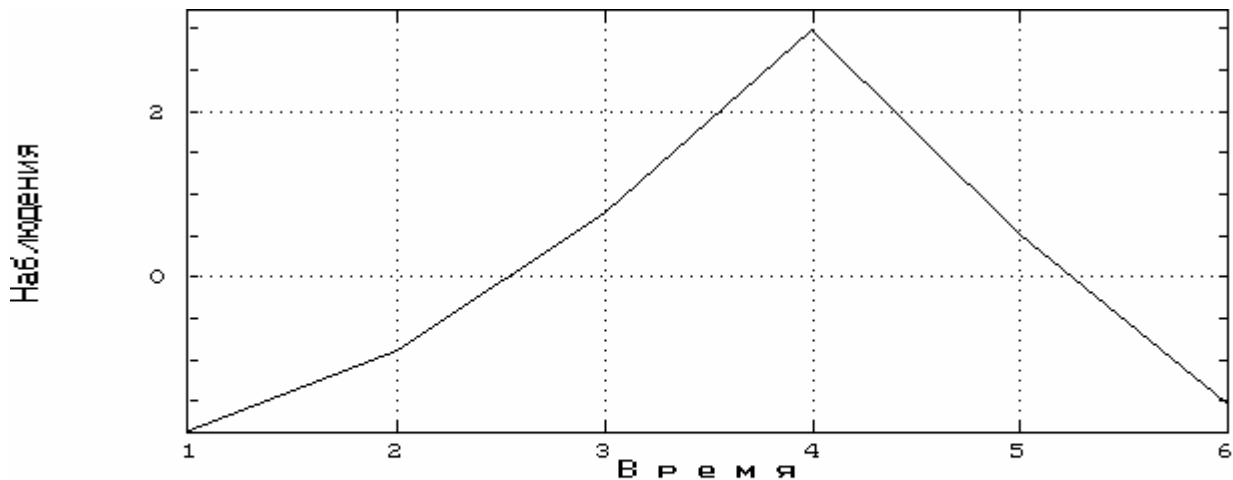


Рис. 2.10 График индексов сезонности при экспоненциальном сглаживании ряда NCAL

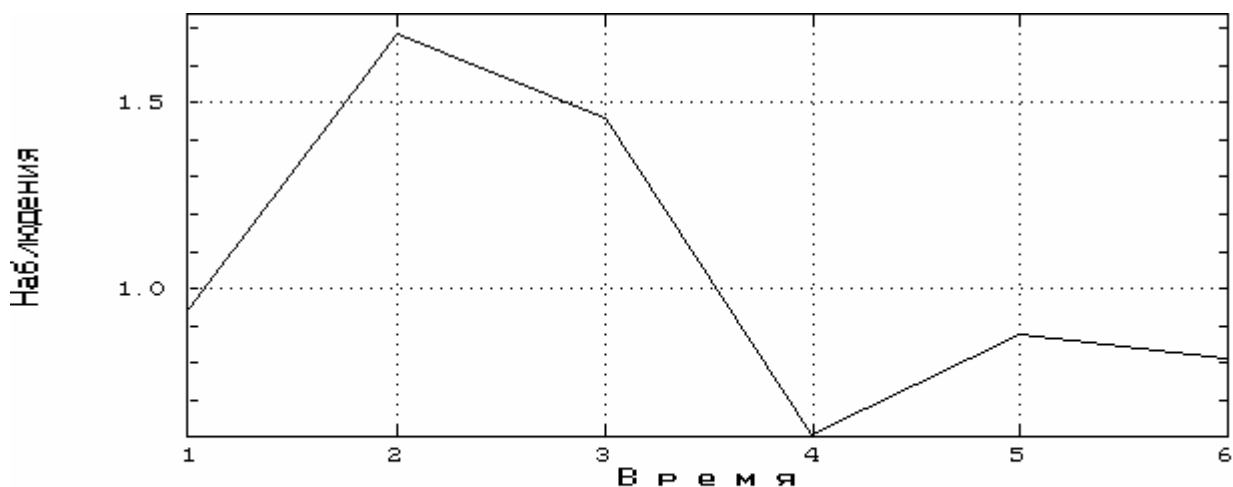


Рис. 2.11. График индексов сезонности при экспоненциальном сглаживании ряда NROT

2.2.6. Частотные фильтры

Частотная фильтрация используется для разложения временного ряда на частотные составляющие. Метод возник из технических приложений и предназначался для выделения из данных полезного сигнала, при условии, что известен частотный диапазон сигнала.

Частота измеряется в количестве циклов на один интервал между наблюдениями временного ряда и принимает значения от 0 до 0.5. Частота 0.5 называется **частотой Найквиста** и является максимальной, которая может быть идентифицирована.

Частотные фильтры делятся на четыре типа:

- **фильтр низких частот** пропускает все составляющие с частотами, меньшими заданной, и удаляет из ряда все колебания с большими частотами;

- **фильтр высоких частот** противоположен фильтру низких и выделяет в качестве полезного сигнала все составляющие с частотами, большими заданной;
- **полосно-пропускающий фильтр** характеризуется двумя частотами и выделяет в качестве сигнала все составляющие с частотами в заданной полосе;
- **полосно-заграждающий фильтр** обратен полосно-пропускающему и удаляет из ряда все колебания, частоты которых лежат в заданном диапазоне.

Для нестационарных рядов тренд воспринимается как периодическая составляющая с очень большим периодом. Поэтому фильтр низких частот вполне может использоваться как метод выделения тренда (сглаживания). В свою очередь, полосно-заграждающий фильтр может использоваться для исключения сезонности.

На рис. 2.12 представлены результаты низкочастотной фильтрации ряда РАСХОД при использовании **фильтра Поттера** с пороговой частотой 0,05 (период равен 20).

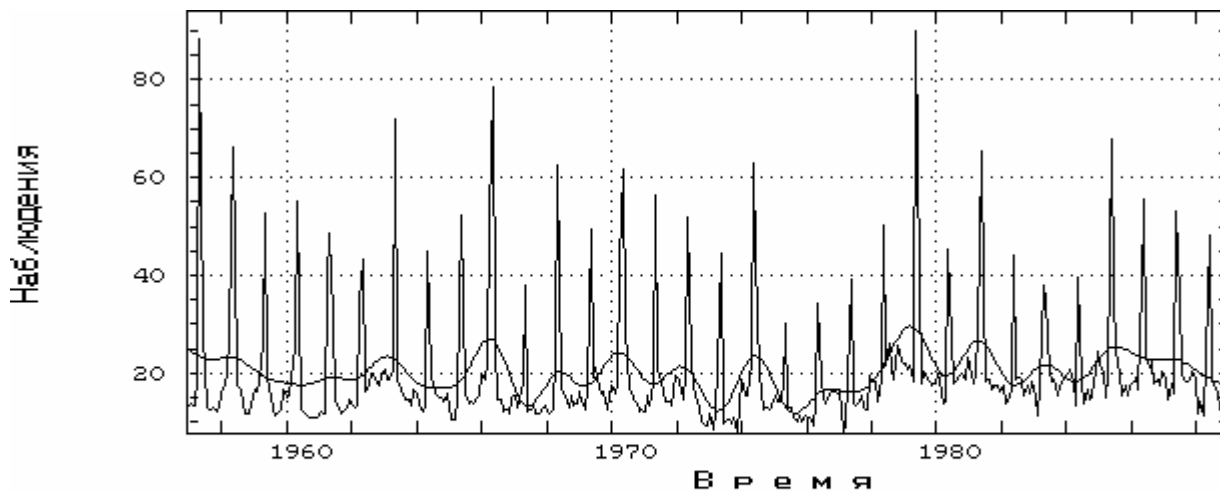


Рис. 2.12. Результаты низкочастотной фильтрации ряда РАСХОД

2.2.7. Тесты для оценки наличия тренда

Наличие либо отсутствие тренда часто хорошо видно на графике. Проверку этой гипотезы в сомнительных случаях можно осуществить с использованием некоторых простых критериев, широко описанных в литературе по статистике.

Тест числа поворотных точек основан на вычислении числа локальных максимумов. Отклонение этого числа от идеального значения (Юл, Кендал, 1960; Вайну, 1977) в большую сторону свидетельствует о значительной дисперсии и заметной отрицательной автокорреляции случайной компоненты. Отклонение в меньшую сторону может возникнуть как при наличии тренда, так и в случае положительной автокорреляции (первого порядка) случайной компоненты. Последняя ситуация возникает и для стационарных рядов.

Критерий знаков разности чувствителен как к наличию тренда, так и к присутствию квазипериодической компоненты. Случайная компонента мало сказывается на результатах тестирования с использованием этого критерия.

Критерий ранговой корреляции Кендала является хорошим тестом на наличие монотонного или кусочно-монотонного тренда для не очень длинных рядов. Положительный коэффициент соответствует возрастающему тренду, отрицательный - убывающему.

Критерий ранговой корреляции Спирмена по своему смыслу и свойствам близок к коэффициенту Кендала.

Результаты тестирования интерпретируемых рядов приведены в табл. 2.2, содержащей для первых двух тестов как расчетные, так и теоретические (идеальные) значения.

Таблица 2.2

Результаты тестирования временных рядов

Ряд	Число поворотных точек		Число знаков разности		Критерии ранговой корреляции	
	расчет	идеал	расчет	идеал	Кендала	Спирмена
Расход	193	254	178	191	-	0.8646
Скорость	192	222	165	167	-	0.7780
Повтор	198	222	152	167	-	0.6573
NH ₄ ⁺	73	94	67	71	0.2885	0.4379
FE	84	94	62	71	0.0611	0.1014
NCAL	50	82	63	62	-0.1526	-0.2271
NROT	87	82	63	62	-0.0722	-0.1148

Недостатком непосредственного использования описанных методов является необходимость большого числа наблюдений, что трудно реализуемо в экологическом исследовании. При сравнительно малом числе наблюдений (чаще всего менее 30) целесообразно использовать, например, иную методику проверки случайного характера распределения числа поворотных точек (Розенберг, Рудерман, 1969; Розенберг, 1984), которую Н.Ф.Реймерс (1990, с. 401) назвал "принципом скользящих среднемаксимальных случайного статистического ряда". Не ставя задачей воспроизвести все выкладки, лежащие в основе полученных законов распределений, приведем лишь окончательный результат: вероятность $P(q)$ того, что число наблюдений между соседними точками максимума (для реализации непрерывной случайной величины с произвольным законом распределения) равно q :

$$P(q) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{(q-1)/2} \frac{6i}{(2i+1)!(q-2i+2)} - \frac{3(q+2)}{(q+3)!}, & \text{при нечетных } q; \\ \sum_{i=1}^{q/2} \frac{6i}{(2i+1)!(q-2i+2)} - \frac{3(q+2)}{(q+3)!}, & \text{при четных } q. \end{cases}$$

Необходимо подчеркнуть два интересных свойства данного закона распределения: независимость этого распределения от функции распределения исходной случайной величины (иными словами, значительная общность данного закона распределения) и строгое равенство математического ожидания $M(q) = 3$ (последний вывод совпадает с оценкой Дж.Юла и М.Кендала; 1960). Таким образом, распределение вероятности получения "расстояния" q между соседними поворотными точками типа максимума имеет вид:

q	2	3	4	5	6	7	8
$P(q)$	0.4000	0.3333	0.1714	0.0667	0.0212	0.0057	0.0013.

Следовательно, сама случайная природа любого (!) временного ряда может стать причиной объявления "циклических" изменений (вероятность циклов в два, три и четыре наблюдения оказывается больше 0,9). Такого рода ситуация является еще одним примером возникновения "ложной корреляции". Интересно отметить и тот факт, что данный закон получен при независимых наблюдениях над случайной величиной, т.е. влияние каких-либо субъективных факторов заведомо исключено.

2.2.8. Параметрические модели тренда

Для коротких временных рядов наиболее употребительны параметрические методы выделения тренда. В этом случае делается попытка представить временной ряд в виде суммы детерминированной функции времени $f(t, \mathbf{a})$, зависящей от небольшого числа неизвестных параметров, и случайной компоненты. Для оценки вектора неизвестных параметров \mathbf{a}^* обычно применяется **метод наименьших квадратов** (МНК), состоящий в минимизации суммы квадратов отклонений

$$[x(t) - f(t, \mathbf{a}^*)]^2 \Rightarrow \min.$$

Нет необходимости приводить здесь описание методологии МНК и расчетных формул применительно к линейному и нелинейному регрессионному анализу, поскольку все это доступно практически в любом руководстве по математической статистике (Дрейпер, Смит, 1973; Кендалл, Стъарт, 1973; Енюков, 1986). Остается лишь предостеречь от от популярных, к сожалению, приемов необоснованной "линеаризации", т.е. использования линейного формализма МНК для расчета коэффициентов уравнения в той или иной нелинейной форме. Например, для расчета коэффициентов экспоненциального уравнения регрессии часто логарифмируют исходные данные, после чего используют формулы МНК для коэффициентов линейного уравнения, получая при этом заведомо искаженные результаты. Минимизация суммы квадратов отклонений между уровнями ряда и прогнозируемыми значениями, вычисленными по нелинейным уравнениям связи, в настоящей работе проводилась по **методу Нелдера-Мида**, реализующему прямой поиск по деформируемому многограннику (Банди, 1988).

Традиционной проблемой является выбор наилучшего вида модели тренда. В качестве такого критерия отбора может быть использована доля объясненной дисперсии, называемая **коэффициентом детерминации**:

$$R^2 = 1 - s_{ост}^2 / s_{ряда}^2,$$

где $s_{ост}^2$ - дисперсия остатков; $s_{ряда}^2$ - дисперсия исходного ряда.

Непосредственная оценка коэффициента детерминации по приведенной формуле через выборочные дисперсии приводит к смещенной оценке, поэтому для построения несмещенной оценки вводится поправочный коэффициент, учитывающий число оцениваемых параметров. Получающийся при этом коэффициент называют **скорректированным коэффициентом детерминации**:

$$r^2 = 1 - (1 - R^2) * [n / (n - k)],$$

где n - число наблюдений; k - число оцениваемых параметров (или число независимых переменных). В отличие от коэффициента R^2 , значение которого при включении в регрессионную модель дополнительной независимой переменной может лишь возрасти, коэффициент r^2 может и уменьшиться, если снижение дисперсии остатков оказалось менее существенным по сравнению с ростом числа оцениваемых параметров.

В табл. 2.3 приведен список моделей-претендентов тренда и соответствующие им значения скорректированного коэффициента детерминации.

Набор несложных функций, используемых для параметрических моделей тренда, применим для выделения самой общей тенденции недлинных рядов и прогнозирования на небольшом временном лаге. Например, трудно выбрать иную модель тренда ряда NCAL (см. рис. 2.13), чем линейная функция

$$x(t) = - 0.02171 t + 3.4826 .$$

Значения коэффициента r^2 для различных моделей рядов

Вид модели	Ряд СКОРОСТЬ	Ряд NH_4^+	Ряд NCAL
$at + b$	0.0663	0.1516	0.0596
$e^{(at + b)}$	0.0572	-	-
$at^2 + bt + c$	0.1947	0.2343	0.0539
$a \ln(t + b)$	0.0590	0.1393	0.0528
$a/(1 + e(b - ct))$	0.1250	-	-
$a(t + b)^c$	0.0371	0.1635	-

Примечание: a , b и c – коэффициенты уравнения регрессии.

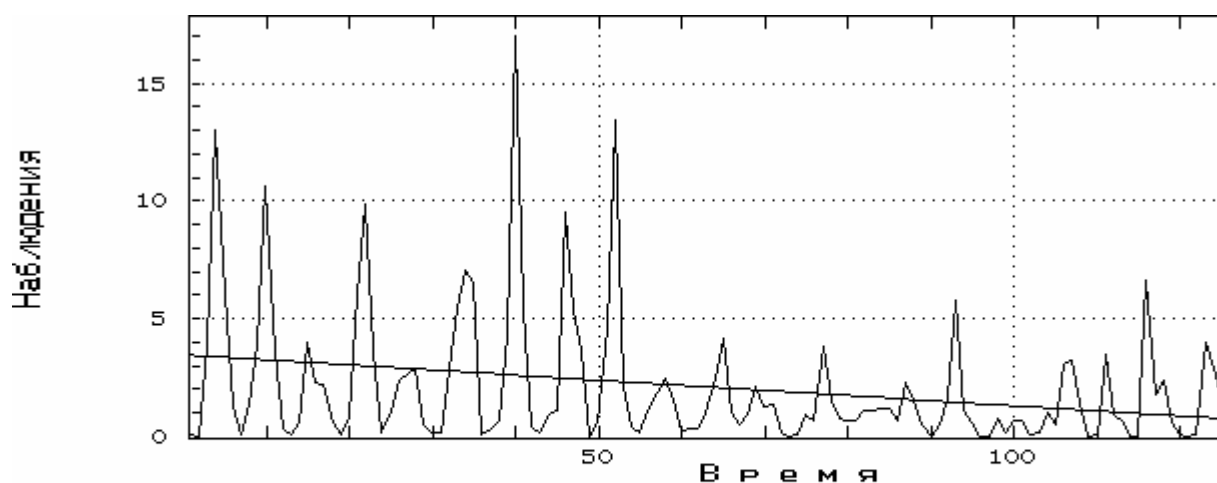


Рис.2.13 График линейного тренда ряда NCAL

Однако даже среднесрочный прогноз с использованием этого уравнения вряд ли принесет удовлетворение гидробиологам: к августу 1991 г. предполагается полное исчезновение каляноидов.

Несложный анализ наилучшей функции параметрического тренда ряда СКОРОСТЬ - квадратичной параболы

$$x(t) = -0.000091 t^2 + 0.0248 t + 4.18$$

дает нулевую скорость ветра в марте 1951 г. и в июне 1991 г., а за пределами этого периода в качестве прогноза предполагается ветер с жутковатой отрицательной скоростью.

Попытка прогнозировать концентрацию NH_4^+ по уравнению

$$x(t) = 0.015 t^2 - 1.417 t + 87$$

даже на ближайший временной отрезок приводит к мысли об экологической катастрофе: круто устремленная вверх парабола совершенно не учитывает резкий спад уровней ряда в последний период.

Поскольку для геофизических и биометрических рядов, так или иначе связанных с явлениями периодичности разной природы, характерны "горбы", перегибы и прочие нестабильности тренда, более эффективные прогнозирующие модели могут быть получены с использованием сплайнов, полиномов высоких степеней, а также методами группового учета аргументов, о чем речь пойдет в последующих главах.

Для получения расчетных уровней ряда, характеризующихся отчетливым сезонным фактором, как и при экспоненциальном сглаживании, могут быть использованы индексы сезонности. Например, элиминация линейного тренда $f(t)$ ряда NCAL с учетом индексов сезонности $s(t)$, представленных на графике рис. 2.10, существенно снижает вариабельность ряда остатков

$$e_s(t) = x(t) - f(t) - s(t),$$

по сравнению с рядом $e(t)$, полученным без учета сезонности: стандартное отклонение для остатков уменьшается с 2.8 до 2.26, а скорректированный коэффициент детерминации увеличивается с 0.0596 до 0.359.

2.3. АВТОКОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ И СПЕКТР

*А как первая любовь - она сердце жжет,
А вторая любовь - она к первой льнет,
А как третья любовь - ключ дрожит в замке,
Ключ дрожит в замке, чемодан в руке.
Булат Окуджава*

2.3.1. Коэффициент автокорреляции и его оценка

Для полной характеристики случайного процесса недостаточно его математического ожидания и дисперсии. Еще в 1927 г. Е.Е.Слуцкий ввел для зависимых наблюдений понятие "связанного ряда": вероятность возникновения на определенном месте тех или иных конкретных значений зависит от того, какие значения случайная величина уже получила раньше или будет получать позже. Иными словами, существует поле рассеяния пар значений $x(t)$, $x(t+k)$ временного ряда, где k - постоянный интервал или задержка, характеризующее взаимозависимость последующих реализаций процесса от предыдущих. Теснота этой взаимосвязи оценивается **коэффициентами автоковариации** -

$$\gamma(k) = E[(x(t) - m)(x(t+k) - m)] -$$

и автокорреляции

$$\rho(k) = E[(x(t) - m)(x(t+k) - m)] / D ,$$

где m и D - математическое ожидание и дисперсия случайного процесса. Для расчета автоковариации и автокорреляции реальных процессов необходима информация о совместном распределении вероятностей уровней ряда $p(x(t_1), x(t_2))$. Однако для стационарных процессов, находящихся в определенном статистическом равновесии, это распределение вероятностей одинаково для всех времен t_1 , t_2 , разделенных одним и тем же интервалом. Поскольку дисперсия стационарного процесса в любой момент времени (как в t , так и в $t+k$) равна $D = \gamma(0)$, то автокорреляция с задержкой k может быть выражена как

$$\rho(k) = \gamma(k) / \gamma(0),$$

откуда вытекает, что $\rho(0) = 1$. В тех же условиях стационарности коэффициент корреляции $\rho(k)$ между двумя значениями временного ряда зависит лишь от величины временного интервала k и не зависит от самих моментов наблюдений t . Коэффициент автокорреляции может быть оценен и для нестационарного ряда, но в этом случае его вероятностная интерпретация теряется.

В статистике имеется несколько выборочных оценок теоретических значений автокорреляции $\rho(k)$ процесса по конечному временному ряду из n наблюдений. Наиболее популярной оценкой является нециклический коэффициент автокорреляции с задержкой k (Андерсон, 1976; Вайну, 1977):

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} x_t x_{t+k} - \sum_{t=1}^{n-k} x_t \sum_{t=k+1}^n x_t / (n-k)}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{n-k} x_t^2 - \left(\sum_{t=1}^{n-k} x_t \right)^2 / (n-k) \right] \cdot \left[\sum_{t=k+1}^n x_t^2 - \left(\sum_{t=k+1}^n x_t \right)^2 / (n-k) \right]}}$$

Наиболее важным из различных коэффициентов автокорреляции является первый - r_1 , измеряющий тесноту связи между уровнями $x(1), x(2), \dots, x(n-1)$ и $x(2), x(3), \dots, x(n)$.

Распределение коэффициентов автокорреляции неизвестно, поэтому для оценки их достоверности иногда используют непараметрическую теорию Андерсона (1976), предложившего статистику

$$t = r_1 (n-1)^{0.5},$$

которая при достаточно большой выборке распределена нормально, имеет нулевую среднюю и дисперсию, равную единице (Тинтнер, 1965).

2.3.2. Автокорреляционные функции

Последовательность коэффициентов корреляции r_k , где $k = 1, 2, \dots, n$, как функция интервала k между наблюдениями называется **автокорреляционной функцией** (АКФ).

Вид выборочной автокорреляционной функции тесно связан со структурой ряда. Автокорреляционная функция r_k для "белого шума", при $k > 0$, также образует стационарный временной ряд со средним значением 0. Для стационарного ряда АКФ быстро убывает с ростом k . При наличии отчетливого тренда автокорреляционная функция приобретает характерный вид очень медленно спадающей кривой. В случае выраженной сезонности в графике АКФ также присутствуют выбросы для запаздываний, кратных периоду сезонности, но эти выбросы могут быть завуалированы присутствием тренда или большой дисперсией случайной компоненты.

Рассмотрим примеры автокорреляционной функции:

- на рис. 2.14 представлен график АКФ ряда NH_4^+ , характеризующегося умеренным трендом и неясно выраженной сезонностью;
- рис. 2.15 демонстрирует АКФ ряда РАСХОД, характеризующегося феноменальной сезонной детерминантой;
- практически незатухающий график АКФ ряда СКОРОСТЬ (рис. 2.16) свидетельствует о наличии отчетливого тренда.

В общем случае можно предполагать, что в рядах, состоящих из отклонений от тренда, автокорреляции нет. Например, на рис. 2.17 представлен график АКФ для остатков, полученных от сглаживания ряда СКОРОСТЬ (см. рис. 2.4), очень напоминающий процесс "белого шума". Однако нередки случаи, когда остатки (случайная компонента η) могут оказаться автокоррелированными, например, по следующим причинам:

- в детерминированных или стохастических моделях динамики не учтен существенный фактор (фактически, нарушен принцип омнипотентности);
- в модели не учтено несколько несущественных факторов, взаимное влияние которых оказывается существенным вследствие совпадения фаз и направлений их изменения;

- выбран неправильный тип модели (нарушен принцип контринтуитивности);
- случайная компонента имеет специфическую структуру.

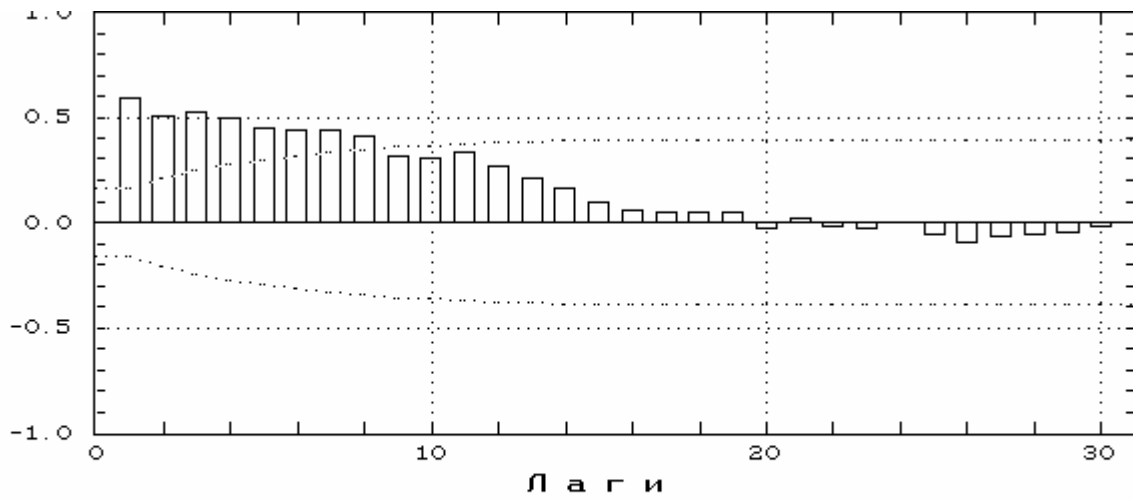


Рис.2.14 **График автокорреляционной функции**
ряда NH4+

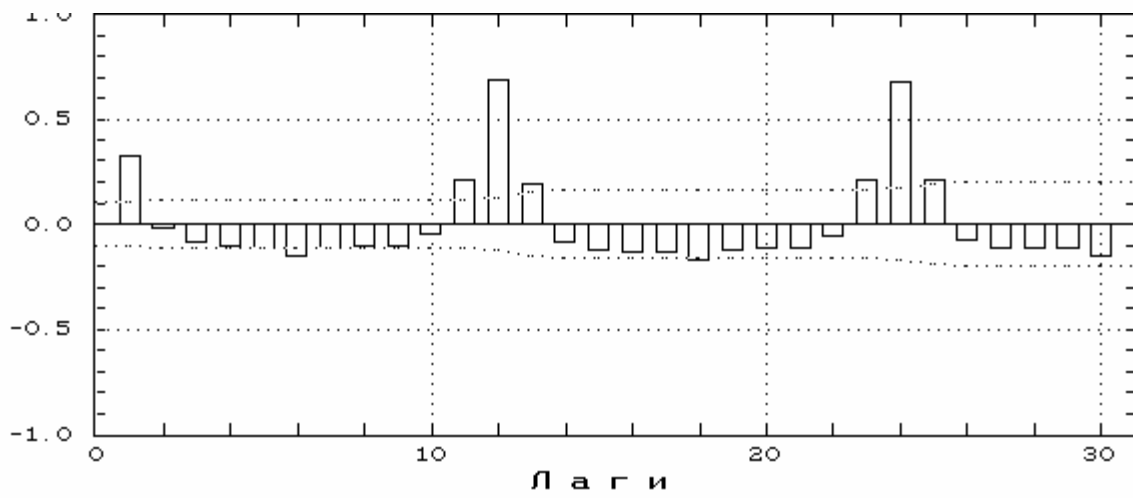


Рис.2.15. **График автокорреляционной функции**
ряда РАСХОД

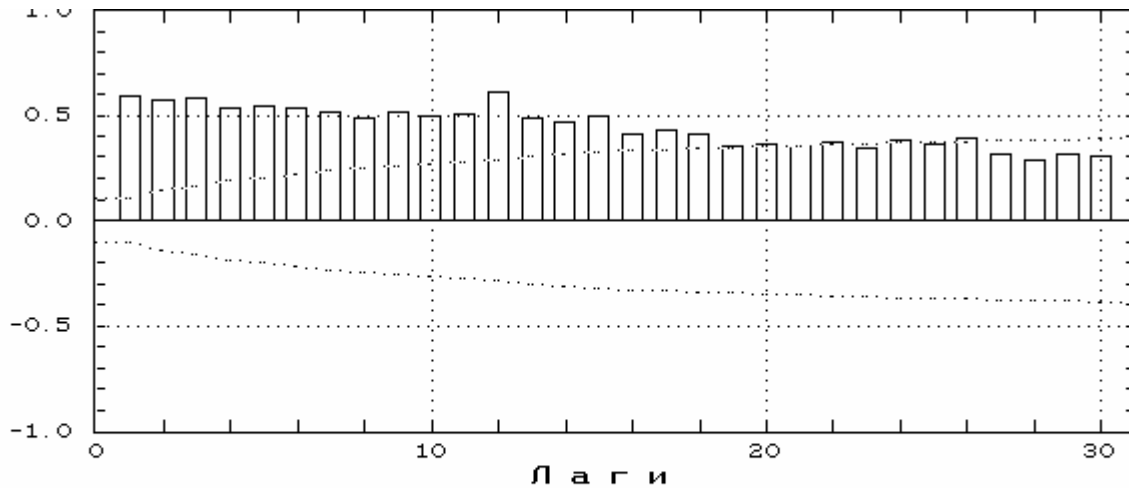


Рис.2.16. График автокорреляционной функции ряда СКОРОСТЬ

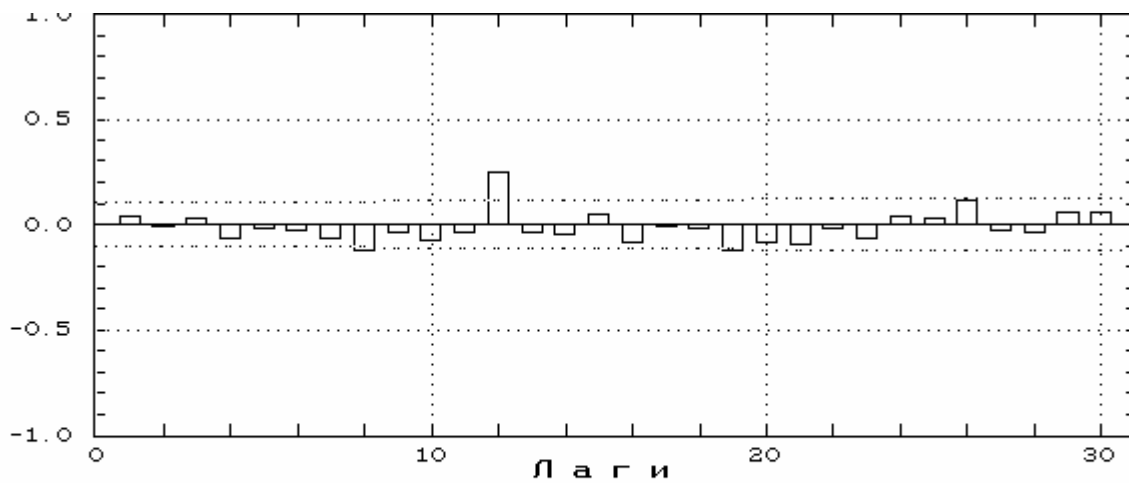


Рис.2.17. График автокорреляционной функции ряда остатков после простого сглаживания ряда СКОРОСТЬ по методу скользящего среднего

2.3.3. Критерий Дарбина-Уотсона

Критерий Дарбина-Уотсона (Durbin, 1969) представляет собой распространенную статистику, предназначенную для тестирования наличия автокорреляции остатков первого порядка после сглаживания ряда или в регрессионных моделях.

Численное значение коэффициента равно

$$d = [(e(2)-e(1))^2 + \dots + (e(n)-e(n-1))^2] / [e(1)^2 + \dots + e(n)^2],$$

где $e(t)$ - остатки.

Возможные значения критерия находятся в интервале от 0 до 4, причем табулированы его табличные пороговые значения для разных уровней значимости (Лизер, 1971).

Значение d близко к величине $2^*(1 - r_1)$, где r - выборочный коэффициент автокорреляции для остатков. Соответственно, идеальное значение статистики - 2 (автокорреляция отсутствует). Меньшие значения соответствуют положительной автокорреляции остатков, большие - отрицательной.

Например, после сглаживания ряда СКОРОСТЬ (рис. 2.3 и 2.4) ряд остатков имеет критерий $d = 1.912$. Аналогичная статистика после сглаживания ряда ПОВТОР (рис. 2.5) - $d = 1.638$ - свидетельствует о некоторой автокоррелированности остатков.

2.3.4. Спектральный анализ

Спектральный анализ (Бартлетт, 1958; Хеннан, 1964; Венцель, 1969; Пугачев, 1968; Дженкинс, Ваттс, 1971) рядов динамики проводится с целью определения основных гармонических составляющих случайного процесса путем выделения синусоидальных компонент на различных частотах.

Значения спектра или **спектральной плотности** представляют собой разложение полной дисперсии временного ряда по различным частотным составляющим и оцениваются как косинус-преобразование Фурье выборочной автоковариационной функции по следующей формуле (Гренандер, 1961; Венцель, 1969; Гренджер, Хатанака, 1972):

$$I(\omega_j) = [\lambda_0 \gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^n \lambda_k \gamma_k \cos(\omega_j k)] / 2\pi; \quad \omega_j = \pi j / n$$

где ω_j - частоты, для которых определяются значения спектра, $j = 0, 1, \dots, m$, γ_k - автоковариационная функция, определяемая по формуле

$$\gamma_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} x_t x_{t+k} - \sum_{t=1}^{n-k} x_t \sum_{t=k+1}^n x_t / (n-k)}{(n-k)},$$

λ_k - веса значений автоковариационной функции, зависящие от числа частот m .

Число исследуемых частот равно числу временных сдвигов для автоковариационной функции и зависит от длины временного ряда. Обычно рекомендуют число временных сдвигов брать равным $n/5$ при числе уровней ряда динамики не менее 100.

Для определения λ_k можно использовать, например, **оценки Парзена** (Гренджер, Хатанака, 1972):

$$\lambda_k = \begin{cases} 1 - 6k^2(1 - k/m), & \text{при } 0 < k < m/2 \\ 2(1 - k/m)^2, & \text{при } m/2 < k < m \end{cases}$$

Спектральная плотность является непрерывной неотрицательной функцией и связана с теоретической автокорреляционной функцией $\rho(k)$ формулой

$$I(\omega) = D [1 + 2 \rho_1 \cos(\pi \omega) + 2 \rho_2 \cos(2 \pi \omega) + \dots],$$

где D - дисперсия ряда. Обратное соотношение записывается в виде интеграла. Таким образом, автокорреляционная функция и спектральная плотность математически эквивалентны, поскольку являются взаимными трансформантами. Разница - лишь в особенностях наглядного представления.

В качестве оценки спектра проще всего использовать **сглаженную периодограмму** (часто называемую просто спектрограммой). Сама периодограмма, или выборочный спектр, является несостоятельной оценкой спектральной плотности, однако ее значения для

различных частот асимптотически независимы, благодаря чему появляется возможность построения состоятельных оценок.

Вид спектрограммы тесно связан со структурой ряда и является хорошим средством для выявления скрытых периодичностей. Например, теоретический спектр "белого шума" - константа. Для нестационарных рядов с гладким трендом периодограмма содержит резкий подъем в области низких частот, связанный с попыткой найти детерминированную периодичность с очень большим периодом. Наличие сезонных эффектов проявляет себя в виде острых узких пиков в спектрограмме на соответствующей частоте (а при несимметричной форме сезонной волны - и на кратных частотах), хотя подобные пики могут появиться и случайным образом.

Рассмотрим примеры графиков спектральной плотности, полученные сглаживанием периодограммы с помощью **окна Парзена**:

- на рис. 2.18 представлена спектрограмма ряда FE , характеризующегося существенным трендом и определенным сезонным фактором с периодичностью в один год (через 6 месяцев вегетационного периода);
- ряд ПОВТОР со спектром на рис. 2.19 не содержит гладкого тренда, но имеет выраженную годовичную периодичность;
- анализ спектра ряда NROT на рис. 2.20 дает возможность высказать предположение об ощутимом многолетнем тренде и периодичности через два месяца для ротаторий;
- наконец, совершенно фантастична спектрограмма ряда РАСХОД на рис. 2.21.

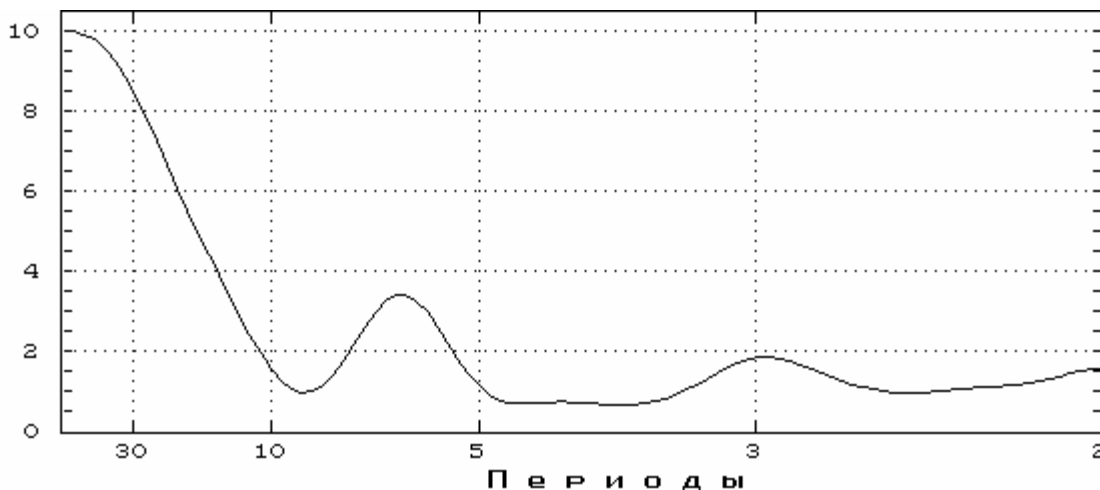


Рис.2.18. Спектрограмма ряда FE

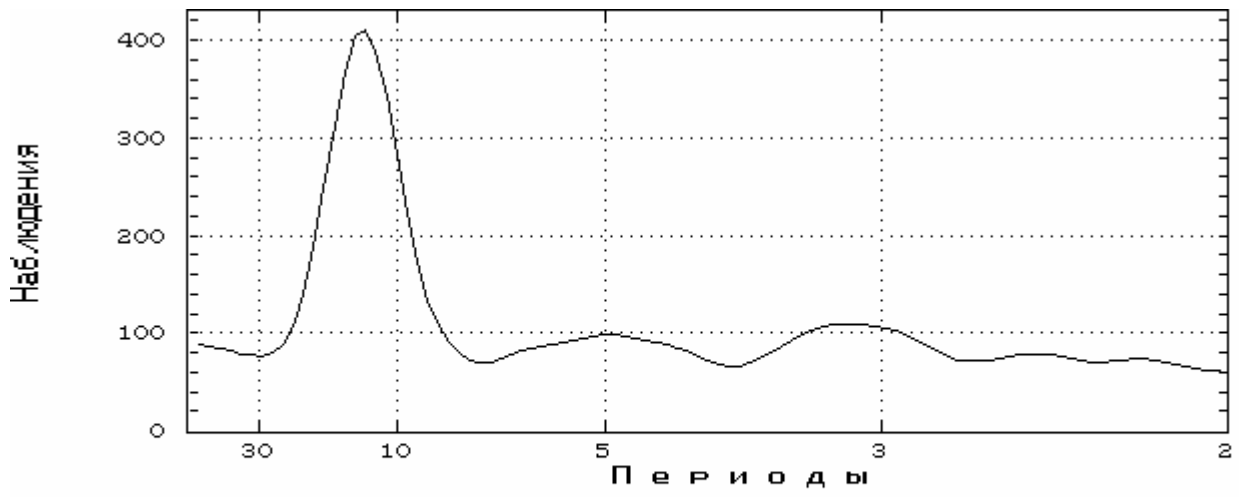


Рис.2.19. Спектрограмма ряда ПОВТОР

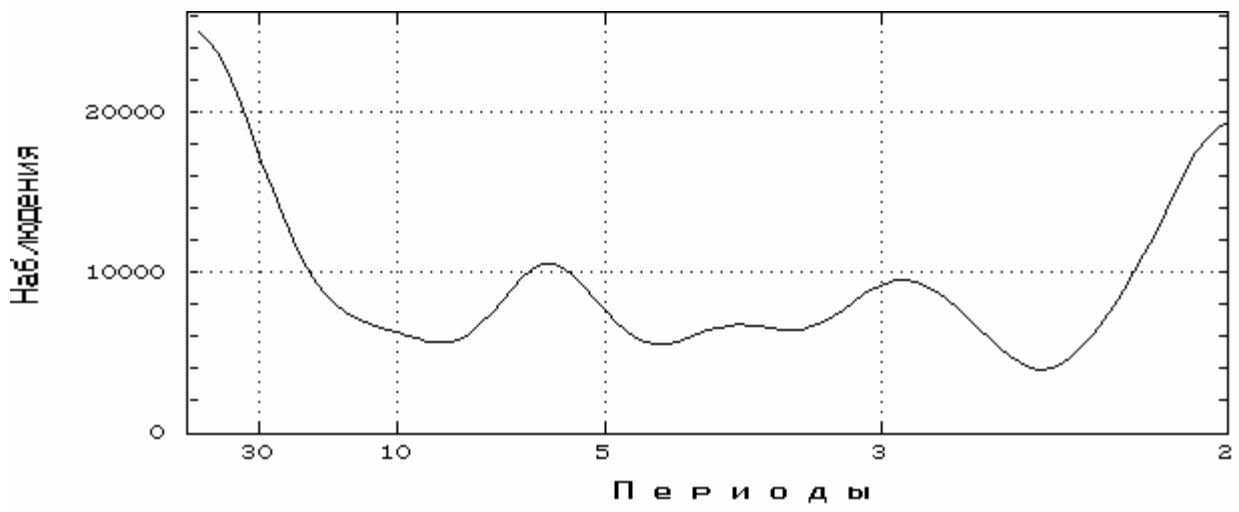


Рис.2.20. Спектрограмма ряда NROT

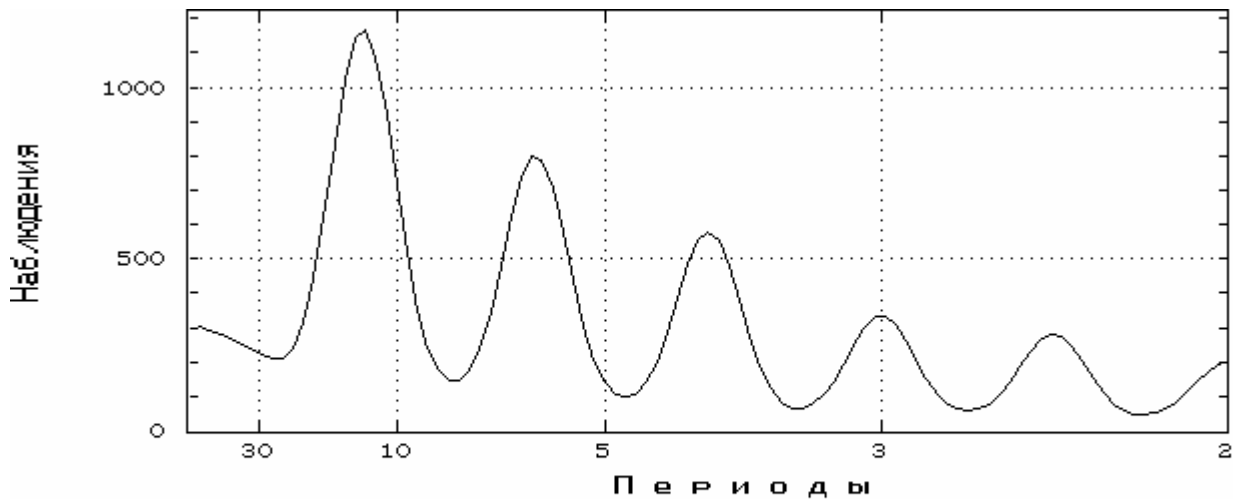


Рис. 2.21. Спектрограмма ряда РАСХОД

2.3.5. Методы анализа периодичностей

В рядах динамики нередко содержатся заметные периодические колебания вокруг общей тенденции, являющиеся причиной того, что аппроксимация тренда функциями полиномиального типа не дает удовлетворительного результата. Известный русский математик Е.Е.Слуцкий (1927), положивший начало анализу периодичностей, писал: "Наличие синусоидальных волн различных порядков, начиная с длинных, обнимающих десятилетия, продолжая циклами примерно от пяти до десяти лет длиной и кончая совсем короткими волнами, остается как факт, требующий объяснения". При этом им была доказана важная теорема, утверждающая, что для рядов динамики можно подобрать синусоиду (или несколько синусоид), которая будет с заданной точностью описывать колебания связанного временного ряда. Период (L) такой синусоиды для связанного ряда в зависимости от коэффициента автокорреляции пар соседних значений r_1 определяется по формуле:

$$L = 2 / \arccos(r_1)$$

Очевидно, если коэффициент автокорреляции $r_1 = -1$, то $L = 2$ и при отрицательной связи соседних значений временного ряда вслед за точкой максимума должна следовать точка минимума. Если $r_1 = +1$, то $L = \infty$; иными словами, при абсолютной положительной связи соседних значений следует ожидать линейного характера изменения временного ряда (полное отсутствие поворотных точек). Наконец, если $r_1 = 0$, то $L = 4$, т.е. для несвязанного ряда длина периода будет равна четырем наблюдениям. Можно привести ряд иллюстративных примеров использования формулы Слуцкого для анализа связанных рядов динамики растительных экосистем (Розенберг, 1984).

Цель **гармонического анализа** (Серебренников, 1948; Серебренников, Первозванский, 1965; Гренджер, Хатанак, 1972; Чеберкус, 1985) также состоит в определении основных синусоид, описывающих общие закономерности развития исследуемого явления. Как известно, с помощью преобразования Фурье любой ряд динамики можно представить в виде суммы конечного числа гармоник. Задача, по существу, сводится к аппроксимации процесса $x(t)$ некоторым процессом

$$y(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cos \omega_k t + B_k \sin \omega_k t)$$

где A_0 - математическое ожидание процесса $x(t)$; A_k, B_k, ω_k - неизвестные параметры, которые могут быть определены по методу наименьших квадратов (Вайну, 1977), с использованием **формулы Парсеваля** (Дженкинс, Ваттс, 1971) или по алгоритму МГУА (см. разд. 3.2.4)

2.4. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*Грохот палочек - то ближе он, то дальше,
Сквозь сумятицу, и полночь, и туман...
Неужели ты не слышишь, как веселый барабанщик
Вдоль по улице проносит барабан?!
Булат Окуджава*

2.4.1. Основные типы стохастических моделей

Идея использования математических моделей для описания поведения физических объектов является общепризнанной. В частности, иногда удается получить модель, основанную на физических законах, что дает возможность вычислить почти точное значение какой-либо зависящей от времени величины в любой момент времени. Например, мы можем вычислить траекторию ракеты, запущенной в известном направлении с известной скоростью. Такие модели называются **детерминированными**, хотя реальные объекты крайне редко бывают целиком детерминированными (например, неучтенная скорость ветра может слегка отклонить ракету от курса). Поэтому в случае экологических объектов, для которых доля влияния случайных (неучитываемых) факторов традиционно очень велика, можно предложить модели, позволяющие вычислить лишь вероятность того, что некоторое будущее значение будет лежать в определенном интервале. Такие модели называются **вероятностными**, либо **стохастическими**. Интервал времени, на который существует необходимость прогноза вперед при решении конкретной проблемы, называется **периодом упреждения**.

Пусть $x(t + I)$ - измеренное значение экологического показателя в момент времени t с упреждением на будущее I . Функция $\varphi_t(I)$, $I = 1, 2, \dots$, дающая в момент t прогнозы для всех будущих времен упреждения, будет называться **прогнозирующей функцией** в момент t . Очевидна цель - получить такую прогнозирующую функцию, у которой среднее значение квадрата отклонения истинного значения от прогнозируемого $[x(t + I) - \varphi_t(I)]^2$ является наименьшим для каждого упреждения I . В дополнение к вычислению наилучшего прогноза необходимо также указать его точность, чтобы можно было оценить риск, связанный с решениями, основанными на прогнозировании. Точность прогноза выражается, как правило, доверительными пределами по обе стороны от прогнозируемых значений для любого удобного значения уровня вероятности η (например, для 95%).

Как было отмечено выше, простые параметрические модели тренда не всегда обеспечивают эффективное вычисление будущего поведения объектов. Определенной альтернативой являются итеративные модели, основанные на концепции того, что временные ряды, в которых наблюдается отчетливая автокорреляция, целесообразно рассматривать как результат некоторого преобразования последовательности **независимых импульсов** a_t . Эти импульсы - реализация случайных величин с фиксированным распределением, которое обычно предполагается нормальным с нулевым средним и дисперсией σ_a^2 , что соответствует

"белому шуму". Считается, что "белый шум" a_t можно трансформировать в традиционно рассматриваемый стационарный процесс, используя следующие преобразования:

- фильтр **авторегрессии** (АР), в котором текущее значение процесса y_t выражается в виде конечной линейной совокупности предыдущих значений процесса y_{t-1}, y_{t-2}, \dots плюс случайный импульс a_t ;
- фильтр **скользящего среднего** (СС), в котором процесс y_t образуется из белого шума a_t как взвешенная сумма предыдущей последовательности импульсов $a_t, a_{t-1}, a_{t-2} \dots$.

Современная статистическая теория оценивания параметров таких моделей, заложенная еще советскими математиками (Яглом, Пинскер, 1953; Яглом, 1956), была обобщена Дж.Боксом и Г.Дженкинсом (1974). Модели АР и СС достаточно высокого порядка могут хорошо аппроксимировать почти любой стационарный процесс. В связи с этим модель АР часто применяется для моделирования остатков в той или иной параметрической модели, например регрессионной модели или модели тренда. Для достижения большей гибкости в подгонке модели к наблюдаемым временным рядам часто целесообразно объединить в одной модели оба преобразования, получив комбинированную модель **авторегрессии - скользящего среднего** (АРСС). Уравнения АР и СС могут быть вычислены и для нестационарных процессов (особенно, если нестационарность носит однородный характер). Однако более эффективна для описания как стационарных, так и нестационарных рядов со стационарными приращениями d -го порядка и рациональным спектром комбинированная модель **авторегрессии - интегрированного скользящего среднего** (АРИСС).

2.4.2. Этапы построения моделей

Дж.Бокс и Г.Дженкинс (1974) предлагают следующие этапы построения моделей динамики для целей прогнозирования или управления:

- постулирование общего класса моделей, когда из теоретических и практических соображений и поставленной цели моделирования выбирается полезное семейство гипотетической модели;
- структурная идентификация конкретных подклассов выбранных типов моделей с использованием статистических характеристик временных рядов (например, на основе анализа графиков автокорреляционной функции и спектра);
- оценка параметров идентифицированных моделей;
- диагностическая проверка адекватности конкретной модели (подробнее см. Заключение).

Если в результате диагностики модели были обнаружены дефекты подгонки, последние три этапа итеративно повторяются.

Идентификация - это процедура определения конкретного типа параметрической модели, поскольку общий класс стохастических моделей слишком обширен для непосредственной подгонки к данным. В моделях АР и СС идентификация заключается в выборе периода упреждения I . Задачей идентификации является и выбор наименьшего возможного числа параметров модели при условии ее достаточной адекватности (**принцип экономичности модели** - parsimony - см. Введение). Например, использование завышенного порядка разности, как будет показано ниже (см. разд. 2.4.5), приводит к заметному росту дисперсии прогноза. Очевидно, что процесс идентификации неизбежно неточен, поскольку основывается на "неточных" непараметрических критериях. На этом этапе особенно полезны суждения с использованием графических методов, хотя дать конкретные рекомендации по анализу коррелограмм и спектров чрезвычайно трудно. Дж.Бокс и Г.Дженкинс предлагают, например, взять за визуальный критерий стационарности быстрое убывание значений выборочной автокорреляционной функции, но само понятие "быстрое убывание" неформализуемо и целиком зависит от опыта и субъективных представлений исследователя.

Стохастические модели временных рядов основываются на некотором множестве коэффициентов (параметров), значения которых должны **оцениваться** по результатам наблюдений. Здесь используются разные по форме оценки целевой функции оптимизации (чаще всего условный или безусловный методы наименьших квадратов). Наиболее популярен для оптимизации целевой функции при построении моделей АР и СС **алгоритм Маркварда**, причем для нахождения начального приближения используются **уравнения Юла-Уокера** (Yule, 1927; Walker, 1953), связывающие коэффициенты модели с теоретическими значениями АКФ. В процессе нахождения оценок модели может возникнуть вырождение, которое почти неизбежно, когда порядки авторегрессии и скользящего среднего в модели неоправданно велики. Если же в этом случае и не возникнут вычислительные проблемы, то скорее всего часть оцененных параметров не будет значимо отличаться от нуля.

Если процесс оценивания успешно осуществлен, возникает проблема **оценки качества** построенной модели. Для "хорошей" модели остатки должны быть "белым шумом", т.е. их выборочные коэффициенты автокорреляции не должны значимо отклоняться от нуля. Кроме того, модель не должна содержать лишних параметров, т.е. желательно уменьшать число параметров, пока не появится значимая автокорреляция остатков. Для диагностики модели необходимо попытаться модифицировать ее, меняя порядки АР и СС, однако опасно повышать оба порядка одновременно ввиду возрастания вероятности вырождения.

2.4.3. Модель авторегрессии

В авторегрессионной модели порядка p любое текущее значение процесса y_t выражается как конечная линейная совокупность p предыдущих значений процесса и импульса a_t (уровни ряда регрессируют на своих предыдущих значениях):

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + a_t$$

где $y_t = x_t - \mu$. Эта модель содержит $p + 2$ неизвестных параметра: коэффициенты многочлена $\varphi_1, \dots, \varphi_p$, "средний уровень" процесса μ и дисперсию σ_a^2 белого шума, которые на практике следует оценить по наблюдениям.

Процесс y_t **стационарен**, если все корни полинома

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p,$$

где B - оператор сдвига назад; $B y_t = y_{t-1}$, лежат внутри единичного круга $|y| < 1$. При слабых дополнительных предположениях стационарный процесс удовлетворяет уравнению авторегрессии бесконечного порядка, с достаточно быстро убывающими коэффициентами.

Модель АР(1) при положительном коэффициенте автокорреляции представляет собой колебательный процесс с преобладанием длинных волн: в спектре подобного процесса присутствует подъем в области низких частот. Если коэффициент автокорреляции отрицателен, процесс является сильно осциллирующим, т.е. в спектре имеются пики в области высоких частот.

Модель АР(2) ведет себя по-разному в зависимости от того, являются ли корни соответствующего полинома действительными или мнимыми. В случае мнимых корней мы получим колебательный процесс с ярко выраженным периодом, а спектр модели будет содержать пик на соответствующей частоте. Неплохой пример подобного процесса - это колебания маятника под действием случайных возмущений. В случае действительных корней процесс АР(2) похож на процесс АР(1).

Например, для ряда NCAL можно предложить гипотетические модели АР(1) -

$$x_t = 2.086 + 0.3642 (x_{t-1} - 2.086)$$

и AP(2) -

$$x_t = 2.106 + 0.4805 (x_{t-1} - 2.106) - 0.3239 (x_{t-2} - 2.106),$$

а для ряда СКОРОСТЬ - модель AP(1):

$$x_t = 4.924 + 0.5946 (x_{t-1} - 4.924).$$

Все коэффициенты моделей являются значимыми по *t*-критерию, в отличие от моделей более высокого порядка разности (например, AP(3) для ряда NCAL).

Основные характеристики моделей представлены в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Критерии качества полученных моделей авторегрессии

Характеристика	Ряд/модель		
	NCAL AP(1)	NCAL AP(2)	СКОРОСТЬ AP(1)
Скорректированный коэффициент детерминации	0.1170	0.2022	0.3496
Среднее ряда остатков	0.005529	-0.002817	0.000063
Стандартная ошибка ряда остатков	2.7142	2.5798	1.7145
Статистика Дарбина-Уотсона	1.760	2.104	2.396
Тест с-квадрат на "белый шум"	139.8	57.65	172.3

Очевидно, что модель AP(2) для ряда NCAL имеет существенно лучшие характеристики в смысле ряда остатков, чем модель AP(1). График прогнозируемой кривой для последних четырех сезонов (24 точки) представлен на рис. 2.22. Теоретический нормированный спектр модели авторегрессии второго порядка, приведенный на рис. 2.23, показывает, что дисперсия ряда обусловлена в основном частотами, близкими к 1/6, что соответствует одному пику в сезон.

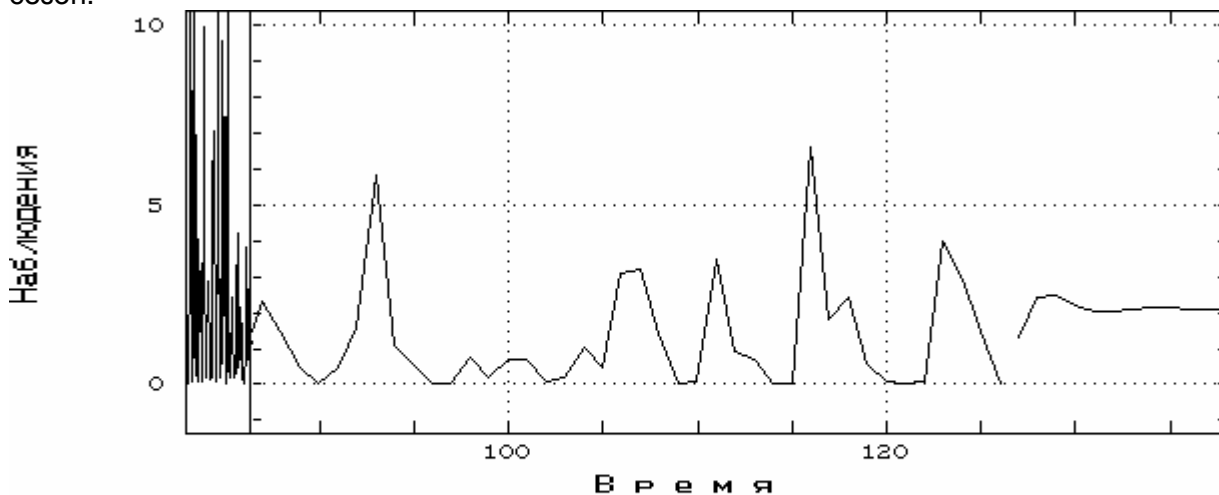


Рис. 2.22. График прогнозируемой кривой ряда NCAL для последних четырех месяцев

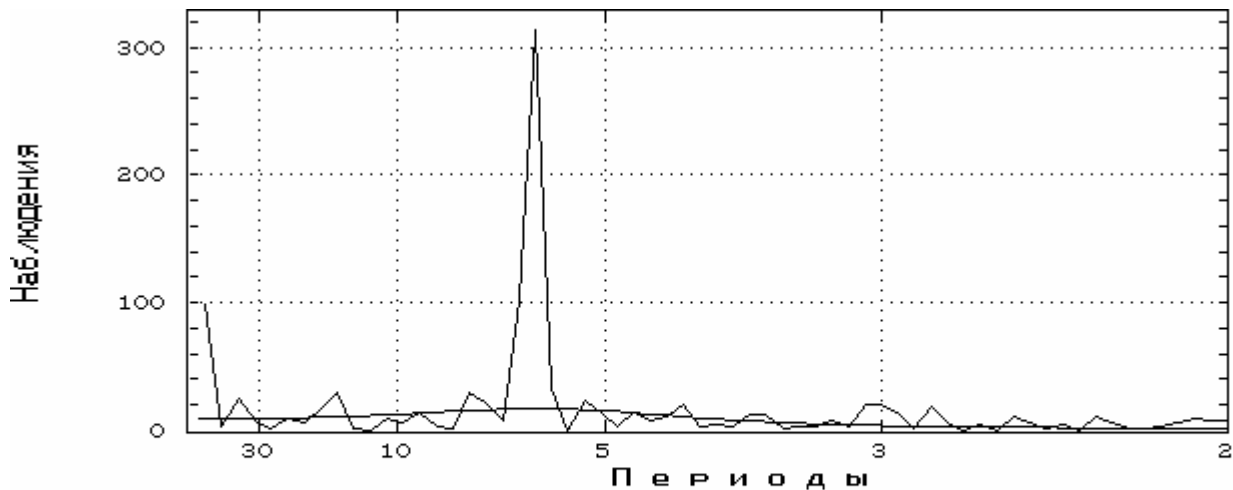


Рис. 2.23. Теоретический нормированный спектр модели AR(2) для ряда NSAL

Модель авторегрессии ряда СКОРОСТЬ имеет существенно худшие внутренние показатели, поскольку сам ряд в большей мере имеет нестационарный характер.

2.4.4. Модель скользящего среднего

Модель скользящего среднего порядка q описывает стационарные процессы как некоторую линейную комбинацию "белого шума" и записывается в виде

$$y_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q},$$

где $y_t = x_t - \mu$. Модель содержит $q + 2$ неизвестных параметра: коэффициенты многочлена $\theta_1, \dots, \theta_q$; "средний уровень" процесса μ и дисперсию σ_a^2 белого шума, которые на практике следует оценить по наблюдениям.

Кроме требований стационарности ряда, практически применима лишь такая форма модели, для которой выполняется условие **обратимости**: все корни полинома

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q,$$

лежат внутри единичного круга $|y| < 1$.

Для теоретического процесса $CC(q)$ все значения автокорреляционной функции для лагов, больших q , равны нулю. Это свойство является **характеризационным**. Модель CC имеет практическое значение для моделирования процессов, первая (или более высокая) разность которых стационарна. Подобные процессы устроены как случайные колебания с непостоянным средним уровнем ($q = 1$) или непостоянным углом наклона ($q = 2$).

2.4.5. Модель Бокса-Дженкинса (АРИСС)

Модель АРИСС - одну из наиболее популярных моделей для построения краткосрочных прогнозов - часто называют по имени авторов, предложивших методику ее применения для временных рядов, некоторая d -я разность которых стационарна. Модель зависит от трех структурных целочисленных параметров p, d, q [обозначение - АРИСС(p, d, q)] и формально записывается в виде

$$\omega_t = \varphi_1 \omega_{t-1} + \varphi_2 \omega_{t-2} + \dots + \varphi_p \omega_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_p a_{t-q},$$

где a_t - "белый шум"; $\omega_t = (\nabla^d x_t) - \mu$; ∇^d - оператор взятия разности порядка d , μ - константа, определяющая средний уровень ряда. Параметры φ являются параметрами авторегрессии, а параметры θ - параметрами скользящего среднего.

В общем случае рассматриваются только модели, удовлетворяющие условиям стационарности и обратимости: корни обоих полиномов для φ_i и θ_i должны лежать внутри единичного круга $|y| < 1$. Тогда ошибка a_t представляет собой ошибку наилучшего прогноза на шаг вперед. Без условий стационарности и обратимости статистически корректный анализ модели невозможен.

Важными специальными классами моделей АРИСС являются: модель авторегрессии - скользящего среднего АРСС(p, q) = АРИСС($p, 0, q$)

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_p a_{t-q},$$

где $y_t = x_t - \mu$; $d = 0$, а также модель ИСС(d, q) = АРИСС($0, d, q$), в которой $p = 0$. Очевидно, что и модель авторегрессии АР(p) можно представить как частный случай АРИСС($p, 0, 0$), для которой $d = q = 0$. Другой частный случай - модель скользящего среднего СС(q), для которой $p = d = 0$.

Первый шаг идентификации моделей АРИСС - определение порядка разности d , который должен быть выбран так, чтобы ряд $\omega_t = (\nabla^d x_t)$ был стационарным. Для определения d текущие разности ряда последовательно тестируются на стационарность. На практике часто оказывается, что адекватное описание наблюдаемых временных рядов достигается при помощи моделей, в которых p и q не больше, а часто и меньше 2.

Некоторые результаты прогонки моделей АРИСС для ряда СКОРОСТЬ представлены в табл. 2.5.

Таблица 2.5

Критерии качества полученных моделей АРИСС

Характеристика модели	Модель АРИСС		
	(1,0,1)	(1,1,0)	(2,2,0)
Скорректированный коэффициент детерминации	0.4988	0.3656	0.0037
Среднее ряда остатков	0.000715	0.000782	-0.00594
Стандартная ошибка ряда остатков	1.5051	1.6932	2.1298
Статистика Дарбина-Уотсона	1.965	2.314	2.363
Тест Хи-квадрат на белый шум	51.56	95.19	93.28

Очевидно, что учет первого порядка разности - модель АРИСС(1,1,0) - несколько улучшает свойства модели, однако дальнейшее увеличение параметра d приводит к вырождению моделируемого процесса (что является проявлением принципа экономичности моделей). Следует отметить, что модели АРИСС и ИСС не предъявляют жестких требований к стационарности исходного ряда вследствие применения нелинейного фильтра.

После оценки на стационарность остатков полезно оценить ошибки в определении коэффициентов φ_i и θ_i . Например, самая эффективная модель в табл. 2.5 - модель АРИСС(1, 0, 1), дающая ряд остатков, близкий к "белому шуму", - имеет следующие коэффициенты:

Коэффициенты модели	Значение коэффициента	Стандартная ошибка	t-критерий
Константа μ	4.755	0.03891	122.2
φ_i для АР(1)	0.983	5.531	0.1777
θ_i для СС(1)	0.7951	0.01192	66.7

Очевидный дефект модели - недостоверность коэффициента авторегрессии, что дополнительно свидетельствует о близости ряда к теоретическому процессу скользящего среднего.

Наилучшая модель АРИСС(3, 0, 0) ряда NH4+ (упоминаемая в дальнейшем изложении как модель **R1**), полученная перебором всех **p**, **d** и **q** до 3-го порядка, имеет вид

$$x_t = 17.264 + 0.421 x_{t-1} + 0.15 x_{t-2} + 0.237 x_{t-3};$$

среднеквадратичная ошибка ряда остатков 59.68; график модели представлен на рис. 2.24.

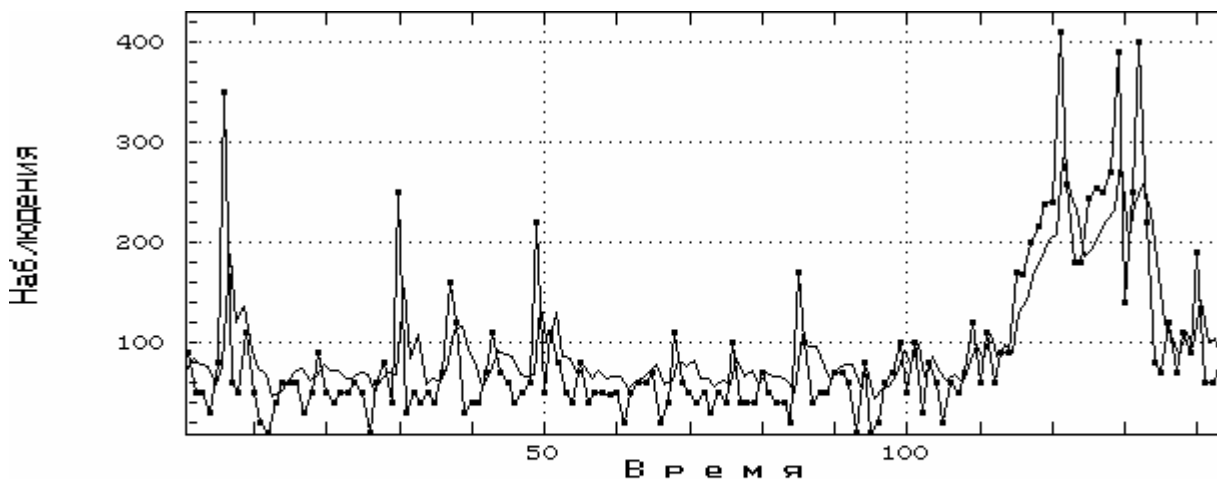


Рис. 2.24. График прогнозируемой кривой ряда NH4+ моделью авторегрессии 3-го порядка

2.4.6. Сезонная модель

С использованием полиномов $\phi()$ и $\theta()$ легко сформулировать и сезонный вариант результирующей мультипликативной модели АРИСС порядка $(p, d, q) \times (P, D, Q)(s)$, записанный в виде

$$\vartheta_p(\mathbf{B}^s) \phi_p(\mathbf{B}) y_t = \Theta_q(\mathbf{B}^s) \theta_q(\mathbf{B}) a_t,$$

где $y_t = \nabla_s^D \nabla^d x_t - \mu$; **s** - период сезонности; a_t - "белый шум".

Здесь:

- ∇_s - оператор взятия сезонной разности: $\nabla_s(y_t) = y_t - y_{t-s}$;
- ∇ - оператор взятия простой разности: $\nabla(y_t) = y_t - y_{t-1}$;
- $\phi_p(\mathbf{B})$ - оператор простой авторегрессии: $\phi_p(\mathbf{B}) = 1 - \phi_1 \mathbf{B} - \dots - \phi_p \mathbf{B}^p$;
- $\vartheta_p(\mathbf{B}^s)$ - оператор сезонной авторегрессии: $\vartheta_p(\mathbf{B}^s) = 1 - \vartheta_1 \mathbf{B}^s - \dots - \vartheta_p \mathbf{B}^{ps}$;
- $\theta_q(\mathbf{B})$ - оператор скользящего среднего: $\theta_q(\mathbf{B}) = 1 - \theta_1 \mathbf{B} - \dots - \theta_q \mathbf{B}^q$;
- $\Theta_q(\mathbf{B}^s)$ - оператор сезонного скользящего среднего: $\Theta_q(\mathbf{B}^s) = 1 - \Theta_1 \mathbf{B}^s - \dots - \Theta_q \mathbf{B}^{qs}$.

На сезонную модель накладываются условия стационарности и обратимости, состоящие в том, что корни всех четырех полиномов должны лежать в пределах единичного круга.

Структура сезонной модели описывается, таким образом, шестью параметрами $(p, d, q), (P, D, Q)$ и периодом сезонности **s**. Первой задачей идентификации модели является

определение порядков простой и сезонной разностей. При явно выраженной сезонности рекомендуется сначала брать сезонную разность, а затем, при необходимости, - простую. Следует учесть, что параметры сезонного скользящего среднего крайне обременительны с вычислительной точки зрения, поскольку, при их наличии резко возрастает число подлежащих оценке прошлых значений остатков.

Рассмотрим сезонную модель АРИСС для ряда NCAL со следующими параметрами:

- порядок модели - $p = 2$, $d = 0$, $q = 0$;
- сезонные параметры - $P = 2$, $D = 1$, $Q = 0$;
- период сезонности - $s = 6$.

Полученная модель с константой $\mu = 0$ имела следующие коэффициенты:

Коэффициенты модели	Значение коэффициента	Стандартная ошибка	t-критерий
ϕ_1 для AP(1)	0.2571	0.0929	2.768
ϕ_2 для AP(2)	-0.0835	0.0929	-0.899
θ_1 для CAP(1)	-0.6313	0.0969	-6.514
θ_2 для CAP(2)	-0.2151	0.1065	-2.020

Введение сезонного фактора существенно улучшило показатели модели по критериям стационарности ряда остатков по сравнению с моделью AP(2), представленной в табл. 2.4:

- скорректированный коэффициент детерминации = 0.3798
- среднее ряда остатков = -0.19257
- стандартная ошибка ряда остатков = 2.2617
- статистика Дарбина-Уотсона = 1.997
- тест Хи-квадрат на белый шум = 25.8

Перед оценкой сезонной модели следует постулировать характер сезонной составляющей. Если предполагается, что она носит мультипликативный характер, то следует моделировать прологарифмированный ряд, ибо модель АРИСС по своей сути аддитивна.

ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕНДА ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

3.1. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПОЛИНОМАМИ И СПЛАЙНАМИ

*Стойте! стойте! на мгновенье
Дайте бездну оглянуть!
- Легки плавные движенья
Дев, свершающих свой путь.
Валерий Брюсов*

3.1.1. Оптимальная сложность моделей прогнозирования

В практике анализа динамических рядов наиболее характерны задачи интерполяции и экстраполяции, когда по эмпирическим данным требуется найти функцию (указать алгоритм) вычисления с достаточной точностью значения изучаемой физической величины в произвольные моменты времени t .

Формальная постановка задачи сводится к следующему (Алгоритмы и программы..., 1984). В некоторой динамической среде случайно и независимо задана скалярная величина t , которая характеризуется плотностью распределения вероятности $P(t)$. Пусть в этой среде работает преобразователь, который каждому элементу t ставит в соответствие число y , полученное в результате реализации случайного испытания, согласно закону $P(y/t)$. Ни свойства среды $P(t)$, ни закон $P(y/t)$, вообще говоря, неизвестны, однако известно, что существует объективный закон изменения отклика $y = y(t)$. Требуется по случайной независимой выборке пар

$$\{y_1, t_1\}, \{y_2, t_2\}, \dots, \{y_n, t_n\}$$

восстановить искомую закономерность, т.е. в классе функций $F(t, a)$ отыскать функцию $F(t, a^*)$, наиболее близкую к $y(t)$.

Теория множественности моделей утверждает, что по экспериментальным данным принципиально нельзя ограничиваться одной единственной моделью. Для каждого объекта, рассматриваемого как некоторый черный ящик, можно найти бесконечное множество моделей, имеющих одинаковые или почти одинаковые внешние проявления.

В гл. 2 рассматривались параметрические модели тренда, выражаемые простыми алгебраическими функциями, а также обсуждалась их недостаточная эффективность при описании многолетних временных последовательностей, характеризующихся "горбами", перегибами и прочими нестационарными атрибутами. В этом случае неоптимальность модели связана с ее недоопределенностью, когда сложность структуры аппроксимирующей функции недостаточна для отображения сложности изучаемого динамического процесса. По этому поводу У.Р.Эшби (1967) пишет: "Время простых моделей прошло..." Сложность модели для сложных объектов принципиально необходима.

Другим возможным источником неоптимальности является переопределенность структуры выбранной модели: через n точек всегда можно провести бесконечное множество кривых с нулевой ошибкой (например, с помощью полиномов степени выше n), а это исключает какую-либо содержательную интерпретацию полученной зависимости. До сих пор во многих научных работах авторы постулируют некоторую зависимость лишь на том основании, что она весьма близко прошла через их экспериментальные точки. Такие доказательства правильности теорий нельзя принимать серьезно, так как за пределами эмпирического материала такая модель может вести себя достаточно "причудливым" образом, что поставит под сомнение возможность получения надежного прогноза и достоверной связи между факторами.

Таким образом, утверждение "чем сложнее модель, тем она точнее" не соответствует истине. Переусложнение модели так же вредно, как и ее недоусложнение (Ивахненко, 1982).

Сущность нахождения **модели оптимальной сложности** заключается в ее поэтапной структурной идентификации, т.е. одновременном определении оптимальной структуры и

оценки параметров модели. Для решения этой задачи, когда структура объекта и, соответственно, модели неизвестна, или известна неполностью, генерируются определенные наборы моделей различной сложности и отбираются (селектируются) лучшие из них по целесообразно заданному **критерию регуляризации**.

Критерии выбора моделей можно разделить на *внутренние* и *внешние*. Критерий регуляризации называется внутренним, если его определение основано на использовании тех же данных, что и для получения самой модели. Внешние критерии, широко используемые алгоритмами самоорганизации, вычисляются на основе проверочных последовательностей - "свежих точек", - не участвовавших при синтезе модели. Теоретическим обоснованием внешних критериев (см. Приложение) часто служит не всегда корректное привлечение теоремы неполноты Геделя (Нагель, Ньюмен, 1970), утверждающей, что никакая система аксиом не может быть логически замкнутой: всегда можно найти такую теорему, для доказательства которой потребуется внешнее дополнение - расширение исходной системы аксиом. В пользу внутренних критериев говорит здравый смысл экономичности: при разделении таблицы исходных данных на обучающую и проверочную последовательности неизбежно снижается качество самого обучения (т.е. оценивания параметров модели) из-за снижения репрезентативности выборки. Идеальным арбитром является метод скользящего контроля, когда модель строится по $(n-1)$ точкам, а в оставшейся точке рассчитывается уклонение прогноза, причем описанная процедура повторяется n раз. Оценка скользящего контроля является несмещенной (Вапник, 1974) и эффективной, хотя получение n моделей может вызвать труднопреодолимые вычислительные проблемы.

Утверждается (Ивахненко, 1969; 1982), что только внешние критерии могут проходить через минимум при постепенном усложнении модели, и это дает возможность найти единственную модель оптимальной сложности. Однако далее будет показано, что этим свойством обладает и такой, например, сугубо внутренний критерий как функционал среднего риска.

В качестве конкретных критериев селекции моделей могут быть использованы следующие:

- среднеквадратичная ошибка и различные ее вариации (например, критерий среднего риска, предложенный В.Н.Вапником; 1974);
- некоторые статистики (например, частный F-критерий), оценивающие целесообразность включения в модель отдельных фрагментов-претендентов (Дрейпер, Смит, 1974);
- детально представленный в работах А.Г.Ивахненко с соавторами (1975; 1982) постоянно расширяющийся набор критериев для моделей самоорганизации (критерии несмещенности, сходимости, баланса переменных, комбинированные критерии и т.д.).

Нет нужды проводить детальный сравнительный анализ различных форм критериев регуляризации, хотя бы по той причине, что каждому критерию соответствует своя область применимости, где он в полной мере может быть компетентным.

3.1.2. Концепция минимизации среднего риска

Один из путей нахождения наилучшей функции $F(t, a^*)$ заключается (Вапник, 1979; Алгоритмы и программы..., 1984) в минимизации **функционала среднего риска**:

$$I(a) = \int Q(t, a^*) P(y|t) P(t) dy dt ,$$

где $Q(t, a^*)$ - некоторая функция потерь. Таким образом, построение модели тренда сводится к нахождению функций (алгоритмов), которые на выборках фиксированного объема гарантировали бы с заданной надежностью достижение значения риска, близкого к минимальному.

Следует отметить, что, упомянув термин "наилучшая функция", мы неизбежно сталкиваемся с рядом вопросов, например: "Что значит "наилучшее" приближение к восстанавливаемой зависимости?", "Как найти наилучшую функцию, если искать ее в

некотором конструктивно заданном множестве, скажем, в множестве степенных или тригонометрических полиномов?" и, наконец, "Приведет ли подмена задач к успеху, т.е. гарантирует ли успешная минимизация функционала $I(\mathbf{a})$ нахождение наилучшей функции?"

Первый из этих вопросов возникает в связи с тем, что в функциональном анализе используются по крайней мере две нормы близости двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ между собой:

- по метрике L^2 среднеквадратической близости, определяемой как

$$\rho_L(f_1, f_2) = \{ \int [f_1(t) - f_2(t)]^2 P(t) dt \}^{0.5} < \chi,$$

- и по метрике C равномерной близости

$$\rho_C(f_1, f_2) = \sup | f_1(t) - f_2(t) | < \chi,$$

где χ - заданный порог близости.

Заметим, что требование равномерной близости является более сильным, чем среднеквадратичной (из выполнения второго неравенства следует выполнение первого, в то время как обратное утверждение, вообще говоря, неверно). В задаче восстановления регрессии вид используемой метрики выбирается в зависимости от того, как в дальнейшем предполагается использовать синтезированную модель $y = F(t, \mathbf{a})$. Для целей прогноза величины y в зависимости от вариации t целесообразно использовать метрику L^2 , поскольку точность прогноза традиционно оценивается как относительная (среднеквадратичная) ошибка. В этом случае функционал среднего риска будет иметь вид:

$$I(\mathbf{a}) = \int [y - F(t, \mathbf{a})]^2 P(y|t) P(t) dy dt,$$

в котором потери аппроксимации $Q(t, \mathbf{a})$ определены как квадратичная функция $[y - F(t, \mathbf{a})]^2$. Однако существуют задачи, где близость в метрике L^2 недостаточна. Например, при моделировании искусственных экосистем даже кратковременный выход такого параметра среды, как концентрация кислорода, за пределы технологического диапазона с может привести к вымиранию биоты или распаду биотопа.

Алгоритмически построение аппроксимирующей функции регрессии с использованием метрики L^2 заключается в поиске функции, минимизирующей ее среднеквадратичное отклонение от экспериментально наблюдаемых значений, т.е. эмпирический риск является функционалом от

$$\Delta_{\mathcal{E}}(\varphi) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(t_i)]^2 / \sigma_i^2$$

где (y_i, t_i) , $i = 1, \dots, n$ - полученные из опыта пары значений величины y в моменты времени t , σ_i^2 - дисперсия замеров y_i . Различные конструкции функции $\varphi(t)$ определяют и различные алгоритмы расчета ее определяющих параметров. Значение функционала эмпирического риска для рассматриваемых ниже классов функций является оценкой среднего риска, сходящейся к нему по вероятности.

Проблема нахождения наилучшей функции также тесно связана с проблемой ее структурной идентификации. Пусть на множестве функций $F(t, \mathbf{a})$ задана структура, т.е. выделено минимальное подмножество элементов S_1 , затем подмножество S_2 , содержащее S_1 , ..., и, наконец, подмножество S_q , совпадающее со всем множеством $F(t, \mathbf{a})$:

$$S_1 \subset S_2 \subset \dots \subset S_q.$$

Метод структурной минимизации риска состоит в том, чтобы найти такой элемент структуры (подмножество S^*), в котором функция $F(t, \mathbf{a})$ будет соответствовать минимальной оценке среднего риска, и принять эту функцию за решение. Таким образом, структурная идентификация реализует двухуровневую процедуру минимизации:

- сначала на каждом элементе S_i структуры выбирается функция $F(t, \mathbf{a})$, минимизирующая величину эмпирического риска;
- затем из q отобранных функций выбирается такая, которая доставляет величине риска гарантированный минимум.

Поскольку полный перебор всех уровней структуры часто оказывается невозможным, то итерацию начинают с класса функций S_1 , а переход на последующие уровни прекращают

в случае стабильного ухудшения выбранного критерия качества: оценки среднего риска, оценки скользящего контроля, либо иного критерия, основанного, например, на использовании внешнего дополнения.

Задание структуры на множестве функций $F(t, a)$ является неформальным моментом в реализации метода. Те функции, которые, по мнению исследователя, более вероятно приближают искомую, следует относить к классу S_i с меньшим номером.

3.1.3. Восстановление функций тренда в классе полиномов

Определим структуру, в которой каждое подмножество S_p состоит из набора полиномов со степенью, не превосходящей p . Такое упорядочение полиномов по числу членов разложения ряда, составленного из элементов

$$1, t, t^2, t^3, \dots, t^k, \dots, t^p,$$

расположенных в порядке возрастания степени k , является "естественным" (но не единственным).

На каждом k -м уровне структуры в качестве функции $\varphi(t)$ берется алгебраический полином степени k , который представляется в виде

$$\varphi(t) = \sum_{j=0}^k a_j Q_j(t)$$

где a_j - коэффициенты разложения; $Q_j(t)$ - полином Чебышева степени j , значения которого вычисляются по рекуррентной формуле (Справочник по типовым ..., 1980)

$$Q_j(t) = 2 t Q_{j-1}(t) - Q_{j-2}(t), \quad Q_0(t) = 1, \quad Q_1(t) = t.$$

Выражение алгебраического полинома через полиномы Чебышева эффективно с точки зрения построения вычислительных процедур. При таком представлении функционал среднеквадратичной ошибки имеет вид:

$$\Delta(a) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \sum_{j=0}^k a_j Q_j(t_i)]^2 / \sigma_i^2.$$

Вектор коэффициентов разложения функции регрессии по полиномам Чебышева $a^* = (a_0, a_1, \dots, a_k)$, соответствующий минимуму $\Delta(a)$ находится путем решения нормальной системы линейных алгебраических уравнений

$$a^* = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T y,$$

где y - вектор экспериментальных значений исследуемой зависимости; $\Phi = [Q_j(t_i)/\sigma_i^2]$ - матрица размера $n(k+1)$ значений полиномов Чебышева в моменты времени t_i . Оценка качества приближения функции регрессии, зависящая от степени полинома k и справедливая для любой случайной выборки, вычисляется по формуле

$$l(k) = \Delta(a^*) / \left\{ 1 - \sqrt{\left[(k+1) \left(\ln \frac{n}{k+1} + 1 \right) - \ln \eta \right] / n} \right\}$$

где $(1 - \eta)$ - вероятность, с которой справедлива эта оценка (Алгоритмы и программы ..., 1984).

Процедура структурной идентификации заключается в построении полиномов различных степеней (т.е. последовательный перебор элементов структуры S_k), нахождении для каждой степени минимума функционала среднеквадратичной ошибки и в выборе из них полинома, для которого критерий $l(k)$ принимает наименьшее значение, что соответствует гарантированному минимуму функционала среднего риска.

Рассмотрим примеры интерполяции временных рядов полиномами, приняв значения ошибки измерения во всех точках $\sigma_i^2 = 1$, а $\eta = 0.95$. На рис. 3.1 представлены графики изменения ошибки интерполяции $\Delta(a^*)$ и функционала качества приближения $l(k)$ с увеличением степени полинома k для средней скорости северного ветра СКОРОСТЬ.

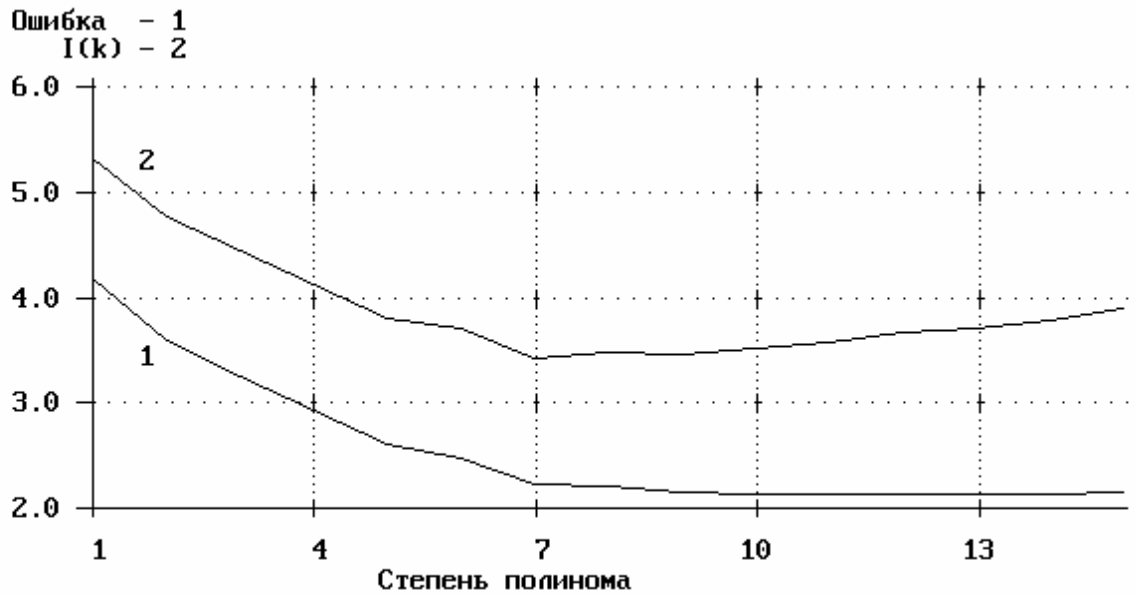


Рис. 3.1. Изменение критериев качества модели при увеличении степени интерполирующего полинома

Очевидно, что минимум среднего риска приходится на полином с $k = 7$, имеющий следующее уравнение восстановленной эмпирической зависимости:

$$Y(t) = 2.72 + 0.32 t - 0.014 t^2 + 0.000245 t^3 - 2.01 \cdot 10^{-6} t^4 + 8.35 \cdot 10^{-9} t^5 - 1.71 \cdot 10^{-11} t^6 + 1.38 \cdot 10^{-14} t^7$$

со средним квадратом разности $y_{\text{рас}}$ и $y_{\text{факт}}$ $\Delta(a^*) = 2.23$ и критерием среднего риска $I(7) = 3.425$. График полученной модели представлен на рис. 3.2.

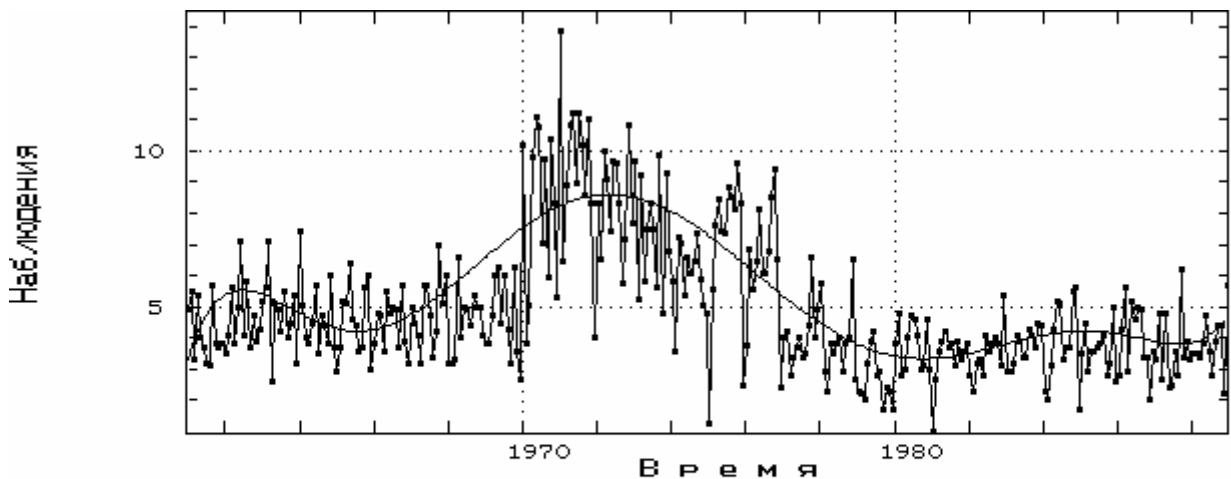


Рис. 3.2. График полиномиальной модели ряда СКОРОСТЬ при $k = 7$

Аналогичная модель временного ряда NH_4^+ (модель R_2) при степени полинома $k = 9$, полученная при экстремальных значениях ошибки $\Delta(a^*) = 2601.9$ и критерия $I(9) = 5476.4$, представлена на графике рис. 3.3.

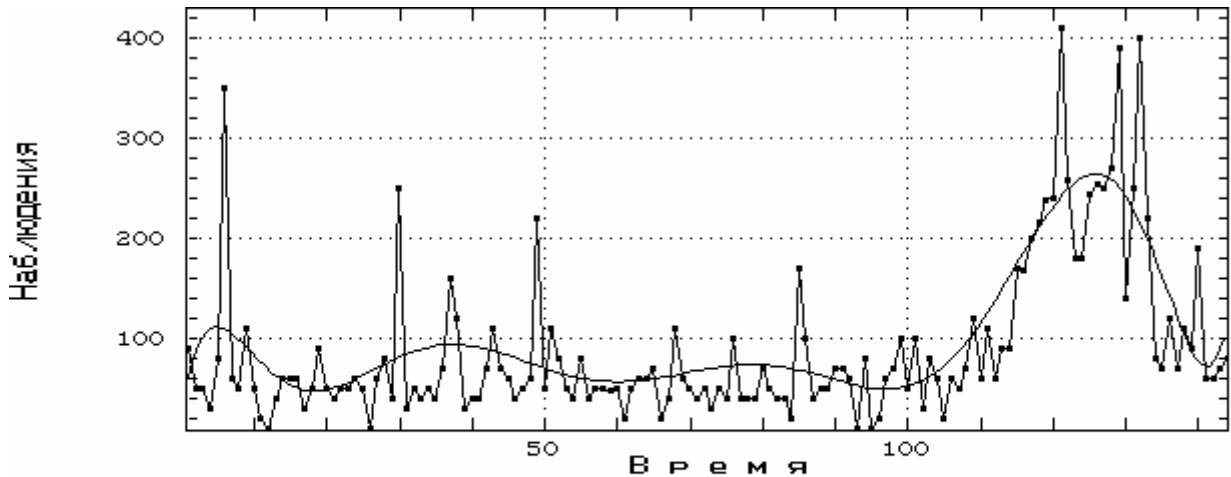


Рис.3.3. График полиномиальной модели ряда NH₄⁺ при k = 9

3.1.4. Интерполяция временных рядов сплайнами

Свое происхождение термин "сплайн" ведет от длинных гибких линеек, используемых чертежниками в качестве лекал для проведения плавных кривых через заданные точки. Еще в 1905 г. академик С.Н.Бернштейн в качестве альтернативы "капризным" многочленам предложил пользоваться для приближенного представления функций ломаными линиями с вершинами в экспериментально определенных точках. Кусочно-линейная аппроксимация - частный случай сплайнов первой степени.

Поскольку из физических соображений моделируемая функция очень часто не должна иметь изломов, вместо отрезков прямых стали использовать функции более высокой степени. При этом композиция из "кусочков" многочленов данной степени состыковывается так, чтобы получившаяся функция была бы максимально гладкой.

Пусть отрезок $[a, b]$ разбит на $(k + 1)$ части точками $a_1 < \dots < a_k$. Сплайном или кусочно-полиномиальной функцией степени m с k сопряжениями в точках a_1, \dots, a_k называется функция $\varphi(t)$, которая на каждом интервале (a_j, a_{j+1}) , $j = 0, \dots, k$, описывается алгебраическим полиномом $P_j(t)$ степени m . Коэффициенты полиномов $P_j(t)$ согласованы между собой так, чтобы выполнялись условия непрерывности функции $\varphi(t)$ и ее $(m - 1)$ производных в узлах сопряжений.

Наилучший способ приближения сплайнами (Алберг и др., 1977; Носинова, 1977; Рвачев, Рвачев, 1978; Стечкин, Субботин, 1978) - **интерполяция в равноотстоящих узлах**, причем наиболее употребительны сплайны третьей степени (кубические сплайны). Среди всех функций $\varphi(t)$, имеющих непрерывную вторую производную $\varphi''(t)$, кубический сплайн имеет $\varphi''(a) = \varphi''(b) = 0$ и минимизирует интеграл

$$\int_a^b [\varphi''(t)]^2 dt$$

т.е. обладает свойством минимальной кривизны.

Определим фундаментальные сплайны $P_j(t)$, $j = 1, 2, \dots, k + 4$, как линейно независимые кубические сплайны, обладающие следующими свойствами:

- $P_1(t)$ и $P_{k+4}(t)$ принимают значения ноль во всех узлах сопряжения и на концах отрезка, а первые производные $P'_1(a) = 1$, $P'_1(b) = 0$, $P'_{k+4}(a) = 0$, $P'_{k+4}(b) = 1$;
- остальные $k + 2$ фундаментальных сплайнов принимают значения ноль во всех узлах сопряжения, кроме одного, в котором значение сплайна равно 1;
- первая производная на концах отрезка равна нулю.

Значения фундаментальных сплайнов находятся решением линейной алгебраической системы с трехдиагональной матрицей.

Тогда любой сплайн на заданной сетке можно представить как

$$\varphi(t) = \sum_{j=1}^{k+4} a_j P_j(t),$$

где a_j - коэффициенты разложения, $P_j(t)$ - набор фундаментальных сплайнов.

Аналогично полиномиальному приближению, функционал среднеквадратичной ошибки в случае кубического сплайн-приближения регрессии имеет вид:

$$\Delta(\mathbf{a}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - \sum_{j=1}^{k+4} a_j P_j(t)]^2 / \sigma_i^2.$$

Вектор коэффициентов кубического сплайн-приближения $\mathbf{a}^* = (a_0, a_1, \dots, a_k)$, соответствующий минимуму $\Delta(\mathbf{a})$, находится путем решения нормальной системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{a}^* = (\mathbf{S}^T \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{Y},$$

где \mathbf{y} - вектор экспериментальных значений исследуемой зависимости; $\mathbf{S} = | P_j(t_i) / \sigma_i^2 |$ - матрица размера $n(k+4)$ значений фундаментальных сплайнов в моменты времени t_i .

Оценка качества приближения функции регрессии, зависящая от числа узлов сопряжения k и справедливая для любой случайной выборки, вычисляется по формуле

$$I(k) = \Delta(\mathbf{a}^*) / \left\{ 1 - \sqrt{\left[(k+1) \left(\ln \frac{n}{k+1} + 1 \right) - \ln \eta \right] / n} \right\}$$

где $(1 - \eta)$ - вероятность, с которой справедлива эта оценка (Алгоритмы и программы ..., 1982).

Структурная идентификация наилучшей модели заключается в построении сплайнов с различным числом узлов сопряжения в процессе их последовательного перебора, нахождении для каждого уровня k минимума функционала среднеквадратичной ошибки и в выборе из них сплайна, для которого критерий $I(k)$ принимает наименьшее значение, что соответствует гарантированному минимуму функционала среднего риска.

Многими авторами акцентируется несомненное преимущество приближения сплайнами по сравнению с теми же полиномами. Так, теоретически доказано (Тихомиров, 1976), что равнооточечные кубические сплайны - чуть ли не единственный способ, обеспечивающий равномерное и эффективное приближение любой непрерывной функции при отсутствии достаточно полной априорной информации о ее структуре. К сожалению, в случае с нашими временными рядами эти выводы не нашли подтверждения. Сплайны оказывались хуже, или, по крайней мере, не лучше полиномов.

Например, при сплайн-интерполяции ряда NH_4^+ , приняв значения ошибки измерения во всех точках $\sigma_i^2 = 1$, а $\eta = 0.95$, были получены следующие значения минимизируемых функционалов:

Число узлов сопряжения k	Ошибка $\Delta(\mathbf{a}^*)$	Средний риск $I(k)$
1	4220.3	7214.3
2	3248.4	5816.3
3	2967.5	5549.2
4	3050.2	5943.5
5	3085.1	6252.5
6	2766.9	5823.7

Модель сплайна с 3-мя узлами сопряжения (модель R_3), соответствующая минимуму среднего риска, описывается следующими уравнениями:

на диапазоне t от 1 до 37 - $Y(t) = 0.00154(37-t)^3 - 0.00022(t-1)^3 + 0.703(37-t) + 2.15(t-1)$;

на диапазоне t от 37 до 72 - $Y(t) = -0.00022(72-t)^3 - 0.00026(t-37)^3 + 2.15(72-t) + 1.91(t-37)$;

на диапазоне t от 72 до 108 - $Y(t) = -0.00026(108-t)^3 + 0.0025(t-72)^3 + 1.91(108-t) - 0.354(t-72)$;

на диапазоне t от 108 до 144 - $Y(t) = 0.0025(144-t)^3 - 0.0133(t-108)^3 - 0.354(144-t) + 16.9(t-108)$.

График полученной модели представлен на рис. 3.4.

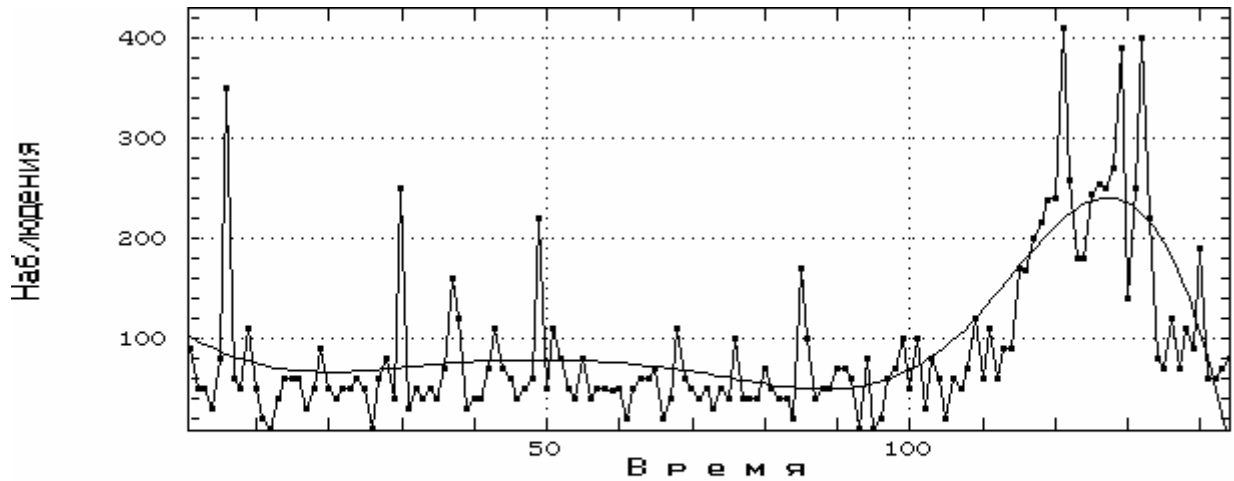


Рис.3.4. График модели сплайна ряда NH_4^+ при $k = 3$

Аналогичная модель временного ряда Fe при количестве узлов сопряжения $k = 5$, полученная при экстремальных значениях ошибки $\Delta(\mathbf{a}^*) = 8657.3$ и критерия $I(5) = 17545$, представлена на графике рис. 3.5.

Остается отметить совершенно подозрительное поведение полученных сплайнов на концах временных рядов, что делает их непригодными для надежной экстраполяции.

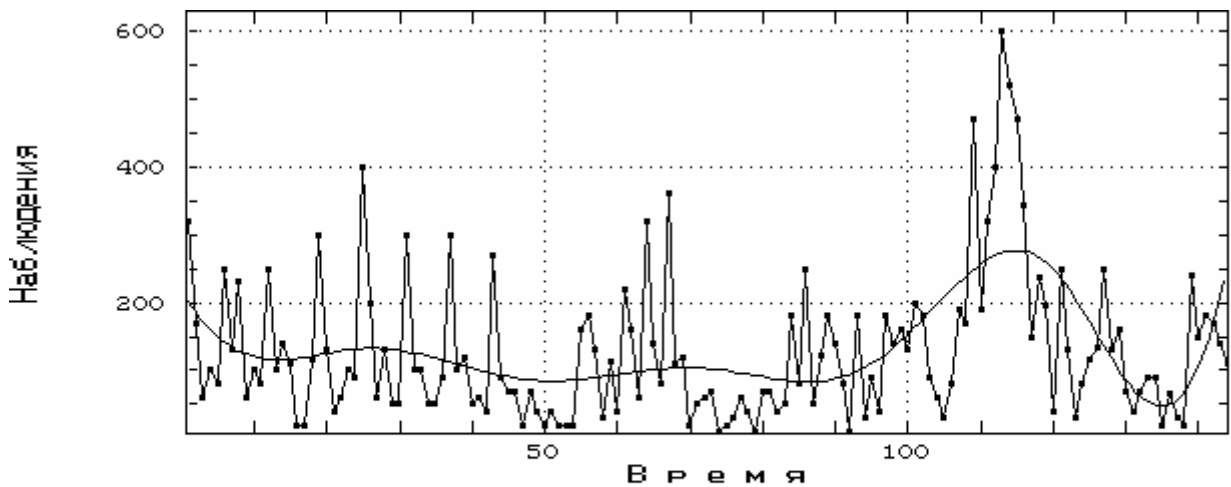


Рис.3.5. График модели сплайна ряда Fe при $k = 5$

3.2. МЕТОДЫ САМООРГАНИЗАЦИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕНДА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*И, скользая тропой столетий,
Мимо жизни, мимо нас,
Ловко ловите вы в сети
Каждый выкованный час.
Валерий Брюсов*

3.2.1. Построение уравнения регрессии с выбором информативных факторов

Выше рассматривались алгоритмы нахождения наилучшей функции $F(t, a^*)$ из конечного множества моделей-претендентов, каждая из которых имеет уже жестко заданную структуру. Другим вариантом структурной идентификации является построение модели априори неизвестной конфигурации из отдельных фрагментов-"кирпичиков" в ходе последовательной (шаговой) процедуры. Прежде чем затронуть теоретические аспекты сущности процесса самоорганизации, рассмотрим ставший уже стандартным алгоритм поиска наилучшего уравнения регрессии шаговым методом.

Пусть структура состоит из конечного множества элементов $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ - переменных величин, значение которых распределено во временном пространстве t . В многофакторном случае в качестве x_i рассматриваются независимые переменные (и их функциональные преобразования), сопряженно связанные с откликом y . При анализе одномерных временных рядов вектор x можно заполнить различными функциями от времени. Для определенности рассмотрим следующий набор из 8 функций:

$$x = (t, 1/t, t^{0.5}, \sin t, \cos t, \arctg t, \ln t, e^{t/100}).$$

В соответствии со вкусами и интуицией исследователя это множество может быть произвольно расширено.

Построение регрессионной модели предполагает выбор ее оптимальной или субоптимальной структуры, т.е. селекцию информативных факторов из множества сгенерированных переменных. Иными словами, в уравнение регрессии включается только то минимальное подмножество входных переменных x , которое без существенной потери информации позволяет объяснить имеющийся статистический разброс. В качестве внешнего дополнения используется пороговое значение частного критерия Фишера, которое на каждом шаге включения очередного фактора в модель (или исключения его из модели) играет роль критерия регуляризации.

Метод "**включений с исключениями**", впервые описанный в работе М.А.Эфроимсона (Efroimson, 1960) и базирующийся на общей идее метода наименьших квадратов, позволяет с заданной надежностью выбрать из полной матрицы стандартизированных нормальных уравнений наилучшую невырожденную подматрицу, т.е. выбрать модель наиболее оптимальной структуры.

Сущность метода заключается в шаговом преобразовании значений R_{ij} корреляционной матрицы, $i = j = 1, \dots, (m+1)$. Выбор первой переменной для включения в модель осуществляется по максимальной из статистик (Дрейпер, Смит, 1974):

$$V_1 = R_{1q} R_{q1} / R_{11},$$

т.е. в модель вводится переменная x_1 , которая имеет наибольший по абсолютной величине коэффициент парной корреляции с откликом R_{1q} . При этом процедура включения выполняется, если справедливо неравенство для последовательного F -критерия:

$$F_1 = d V_1 / (R_{qq} - V_1) > F_0,$$

где F_0 - пороговое значение F -критерия, задаваемое исследователем, d - число степеней свободы, равное на первом шаге $(m-1)$.

После включения переменной x_1 в уравнение регрессии, элементы корреляционной матрицы пересчитываются по формулам прямого преобразования, чтобы исключить влияние уже учтенного фактора:

$$R_{ij}^1 = \begin{cases} R_{ij}^0 - R_{ij}^0 R_{ij}^0 / R_{ij}^0, & \text{при } i \neq l; \\ R_{ij}^0 / R_{ij}^0, & \text{при } i = l; \end{cases}$$

Описанная процедура повторяется многократно, пока статистическая значимость включения по F -критерию на каждом шаге превышает заданный порог F_0 .

После очередного расширения модели анализируется взаимная коррелированность отобранных переменных: если их взаимосвязь существенна, то лишние факторы, вносящие наименьший вклад, из модели исключаются. В этом случае исключению подлежат те переменные, для которых вычисленное значение частного F -критерия меньше F_0 (при числе степеней свободы $d = m - g - 1$, где g - текущее число факторов, вошедших в модель).

Вычисления прекращаются, если не осталось ни одной переменной, для которой вычисленное значение последовательного F -критерия превысило бы заданный порог.

Использование шаговой процедуры на примере временного ряда с откликом NH_4^+ позволило выделить три следующие модели-pretендента:

- аддитивная модель, полученная в пространстве из 8 исходных факторов:

$$Y(t) = 30.58 + 85.92 e^{t/100} - 16.63 t^{0.5} + 10.22 \cos t,$$

имеющая стандартное отклонение для остатков $\delta = 69.24$;

- аддитивная модель - модель R_3 - на базе расширенного набора из 44 переменных (8 исходных функций от t плюс 36 всех их возможных парных произведений):

$$Y(t) = 536.9 - 150.8 (e^{t/100})^2 + 153 (\ln t)^2 + 268.2 \ln t e^{t/100} - 379.1 t^{0.5} \arctg t,$$

($\delta = 67.34$, коэффициент множественной корреляции $R = 0.548$, достоверность уравнения регрессии по критерию Фишера $F = 14.1$, график функции представлен на рис. 3.6);

- мультипликативная модель - модель R_4 - в расширенном пространстве переменных:

$$\ln Y(t) = 4.2 + 0.096 (e^{t/100})^2 - 0.139 \ln t.$$

Во всех случаях использовалось пороговое значение F -критерия $F_0 = 1.5$.

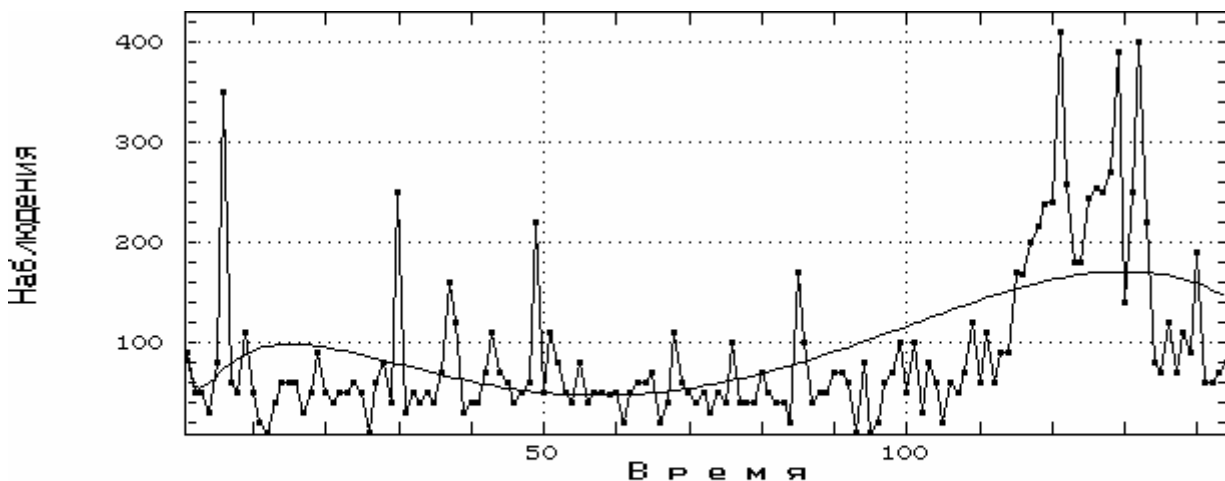


Рис. 3.6. График аддитивной регрессионной модели ряда NH_4^+

Метод Эфроимсона является не единственной шаговой процедурой регрессионного анализа. Например, в известном пакете научных программ SSP фирмы IBM реализован **сокращенный метод включений Дулитла**, не реализующий исключение скоррелированных пар признаков и использующий для селекции факторов отношение ковариаций к дисперсии отклика.

3.2.2. Самоорганизация моделей по опытным данным

Под **самоорганизацией** понимается самопроизвольное возникновение организации (упорядоченности) в некоторой автономной системе. Для возникновения самоорганизации необходимо иметь исходную структуру, механизм случайных ее мутаций и механизм отбора, благодаря которому мутация оценивается с точки зрения полезности для улучшения качества системы.

Выделяют следующие принципы самоорганизации математических моделей на ЭВМ:

- **принцип неокончателных решений**, предложенный Д.Габором (Gabor, 1971): "...всякая однорядная процедура может быть заменена многорядной при условии сохранения достаточной свободы выбора нескольких лучших решений на каждом шаге самоорганизации";
- **принцип внешнего дополнения**, связанный с непременным упоминанием теоремы Геделя (Нагель, Ньюмен, 1970): "...только внешние критерии, основанные на новой информации, позволяют синтезировать истинную модель объекта, скрытую в зашумленных экспериментальных данных";
- **принцип массовой селекции**, предложенный А.Г.Ивахненко (1982): "...модель оптимальной сложности получается в ходе наиболее целесообразного постепенного усложнения самоорганизующейся модели при достижении минимума внешнего критерия ее качества".

Рассмотренный выше шаговый алгоритм получения регрессионного по формальным признакам соответствует первым двум принципам самоорганизации: во-первых, предоставлена полная свобода выбора как включения новых факторов в модель, так и их исключения; во-вторых, пороговое значение F-критерия является внешним критерием селекции, задаваемым исследователем с использованием статистических таблиц либо исходя из интуитивных соображений.

Самоорганизующиеся модели (англ. selforganisation models) служат только для прогнозирования поведения и структуры экосистем, так как по самой логике их построения участие исследователя в этом процессе сведено к минимуму - задание списка переменных (исходной организации) и критериев качества модели, формализующих цели исследования. Среди алгоритмов наибольшую известность получили **эволюционное моделирование** (Фогель и др., 1969; Букатова, 1979) и **Метод Группового Учета Аргументов** (МГУА), разработанный А.Г.Ивахненко (1975; 1982). Теоретическое обоснование МГУА, сделанное по нашей просьбе Ю.П.Юрачковским, приведено в Приложении к настоящей книге.

При синтезе моделей самоорганизации имеющаяся в распоряжении исследователя информация (матрица данных) разбивается по анализируемому фактору на три части: обучающую, проверочную и экзаменационную последовательности. В качестве критериев селекции возможно использование различных выражений (Ивахненко, 1975; Розенберг, 1985; Брусиловский, 1987), причем в каждом конкретном случае выбор наиболее подходящего критерия представляет собой ответственную и трудно формализуемую проблему. Наиболее часто используются следующие критерии, минимум которых соответствует оптимальной модели:

- **критерий регулярности**, представляющий собой среднеквадратическую ошибку прогноза проверочной последовательности:

$$\delta^2 = \sum_{i=1}^{n_2} (y_{\phi i} - y_{p i})^2 / \sum_{i=1}^{n_2} y_{\phi i}^2$$

где $y_{p i}$ - прогноз i -го значения проверочной последовательности, который получается по частному описанию; $y_{\phi i}$ - фактическое значение проверочной последовательности; n_2 - объем проверочной последовательности;

- **критерий минимума смещения**, равный нормированной сумме квадратов разностей выходной величины двух моделей, полученных на двух различных частях таблицы исходных данных (позволяет выбрать модель, наименее чувствительную к изменению множества точек);

- **критерий сходимости** (или точности) пошагового интегрирования конечно-разностных моделей;
- **критерий баланса переменных**, использующий прогнозируемое значение в некоторой отдаленной опорной точке;
- **комбинированные критерии**, объединяющие в себе два или несколько из перечисленных.

3.2.3. Общая схема построения алгоритмов МГУА

Очевидно, что недостаточно только декларировать общую идею самоорганизации - перебор моделей по внешним критериям. Необходимо разработать конкретные алгоритмы организации перебора и довести их до практически удобных вычислительных программ.

Модель любого динамического процесса максимальной сложности может быть получена в виде **полного полинома Колмогорова-Габора**:

$$\varphi = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots$$

Если степень полинома равна числу аргументов m , то число членов полного полинома равно $W = C_{2m}^m$, и при разных m принимает значения 2, 6, 20, 70 и т.д. Например, для двух аргументов x_1 и x_2 ($m=2$) полином Колмогорова-Габора имеет шесть членов:

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_1 x_2 + a_4 x_1^2 + a_5 x_2^2.$$

Поскольку для вычисления полного набора коэффициентов полинома необходимо, как минимум, такое же количество экспериментальных точек, то эта задача чаще всего остается неразрешимой. Чтобы доопределить задачу, необходимо либо априори присвоить значение нуля некоторому подмножеству коэффициентов, либо записать полный степенной полином в виде многорядной системы полиномов с меньшим числом членов.

В соответствии с этими двумя возможностями в теории метода группового учета аргументов применяются две основные структуры генерации множества моделей, оцениваемых затем по критерию селекции:

- комбинаторные (непороговые) алгоритмы МГУА;
- многорядные (пороговые) алгоритмы.

В **комбинаторных алгоритмах** частные описания получаются из полного полинома Колмогорова-Габора при помощи зануления тех или иных коэффициентов. Оставшиеся коэффициенты оцениваются с использованием всех точек таблицы исходных данных по методу наименьших квадратов. Нетрудно заметить общую аналогию комбинаторного алгоритма с операцией исключения шаговой процедуры регрессионного анализа.

Общая схема **многорядного алгоритма** МГУА воспроизводит схему массовой селекции, аналогичную задаче нахождения оптимальной структуры перцептрона. При этом полный степенной полином записывается в виде многорядной системы полиномов с меньшим числом точек. Подробно рассмотрим этот алгоритм в гл. 4, где анализируются многофакторные временные ряды.

Таким образом, роль субъективных факторов при построении самоорганизующейся модели сведена к минимуму: исследователь задает список переменных, вид опорной функции (для многорядного алгоритма) и критерий селекции модели, а синтез самой модели по алгоритмам МГУА осуществляет непосредственно ЭВМ.

3.2.4. Получение полиномиальной модели тренда с помощью комбинаторного алгоритма МГУА

Комбинаторные алгоритмы МГУА основаны на полном переборе всех возможных комбинаций членов полного полинома m -й степени. Число уравнений регрессии, которые можно получить, задавая нулевые значения тем или иным коэффициентам:

$$V = \sum_{i=1}^{m-1} C_{m-1}^i = \sum_{i=1}^{m-1} 2^i = 2^{(m-1)} - 1$$

Так, при двух аргументах получим $V_2 = 31$ уравнение, при трех - $V_3 = 534287$, при четырех - $V_4 = 10^{23}$ уравнений и т.д.

Для "усечения" числа вариантов приходится использовать методы селекции. При выборе оптимальной структуры уравнения используется перебор аргументов группами (или попарно), причем коэффициенты определяются методом наименьших квадратов на обучающей выборке исходных данных, а полученный вариант модели оценивается по заданному критерию селекции на проверочной выборке данных.

При селектировании в качестве начального множества выбирается некоторое число $2r$ исходных аргументов, из которых генерируется $(2^{2(r-1)} - 1)$ членов полного симметричного полинома. Из полученных уравнений отбирается r самых точных уравнений и к ним добавляется следующая "порция" исходных переменных. Далее снова просчитываются все возможные варианты частных полиномов и выбираются r самых точных уравнений регрессии и т.д. Описанный цикл повторяется установленное число раз и из ряда в ряд селекции проходит r наилучших уравнений.

С использованием описанного алгоритма для временного ряда NH_4^+ были получены следующие лучшие модели (число точек в обучающей выборке $n_1 = 100$, в проверочной - $n_2 = 44$; максимально допустимая сложность - 5):

- модель R_6 с оптимальным значением критерия регулярности на проверочной выборке $\delta^2 = 95.88$ (селекция с использованием внешнего критерия):

$$Y(t) = 0.0279 t (\arctg t)^3 t^{0.5} + 0.0065 t e^{t/100};$$

- модель R_7 с оптимальным значением среднеквадратической ошибки на всей выборке $\delta^2 = 68.702$ (селекция с использованием внутреннего критерия)

$$Y(t) = 67.0983 e^{t/100} \arctg t - 4.1196 \ln t t^{0.5} + 150.6277 (\cos t)/t + 0.1024 t \sin t.$$

График модели R_7 представлен на рис. 3.7.

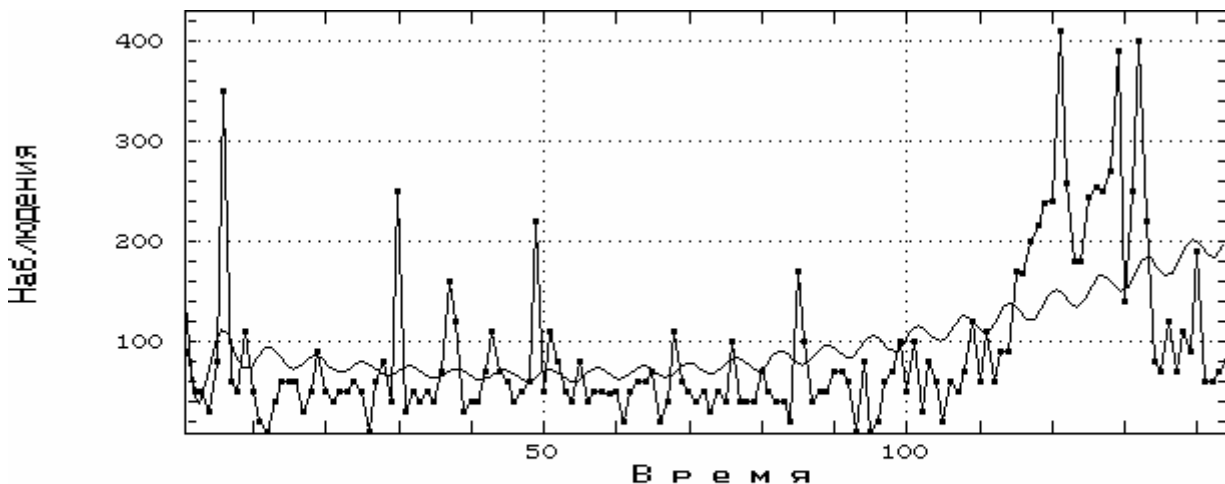


Рис. 3.7. График полиномиальной модели МГУА ряда NH_4^+ с использованием внутреннего критерия среднеквадратической ошибки

3.2.5. Выделение гармонического тренда оптимальной сложности

Выделение периодичностей в практике гармонического анализа (см. разд. 2.3.5) обычно сводят к аппроксимации временного ряда фрагментом ряда Фурье с некрратными частотами ω_k ($k = 1, 2, \dots, m$):

$$Y(t) = A_0 + \sum_{k=1}^m (A_k \cos \omega_k t + B_k \sin \omega_k t)$$

Условимся называть **гармоническим трендом оптимальной сложности** сумму гармоник тригонометрического ряда, в которых коэффициенты A_k и B_k определены по методу наименьших квадратов, а число гармоник m и их частоты выбраны так, чтобы получить минимум некоторого внешнего критерия селекции.

В использованной версии алгоритма (Справочник по типовым..., 1980) в качестве критерия отбора использовался критерий регулярности, для чего исходный временной ряд NH_4^+ делился на две части - $n = n_1 + n_2$. Число гармоник m варьировалось от 1 до 12 с помощью поочередного опробования. Оптимизация частот выполнялась также при помощи перебора дискретного ряда значений, начиная с $\omega_{\min} = 2\pi/n$, по закону $\omega_k = \omega_{\min} + k \Delta\omega$ ($k = 1, 2, \dots, n$).

Уравнение гармонического тренда оптимальной сложности (модель R_8) при достижении минимума критерия регулярности $\delta^2 = 0.908$ имеет следующие коэффициенты:

№№ гармоник	Частоты ω	Коэффициенты	
		$\cos(\omega)$	$\sin(\omega)$
1	0.13213	-17.554	-29.345
2	0.62553	10.1066	-12.633
3	0.97295	-3.5793	-10.761
4	1.36028	-4.1021	5.58763
5	1.57081	6.54521	-31.847
6	1.58386	-40.341	19.8291
7	1.62521	-12.940	9.71479

свободный член = 90.2277

График полученной полигармонической функции представлен на рис. 3.8.

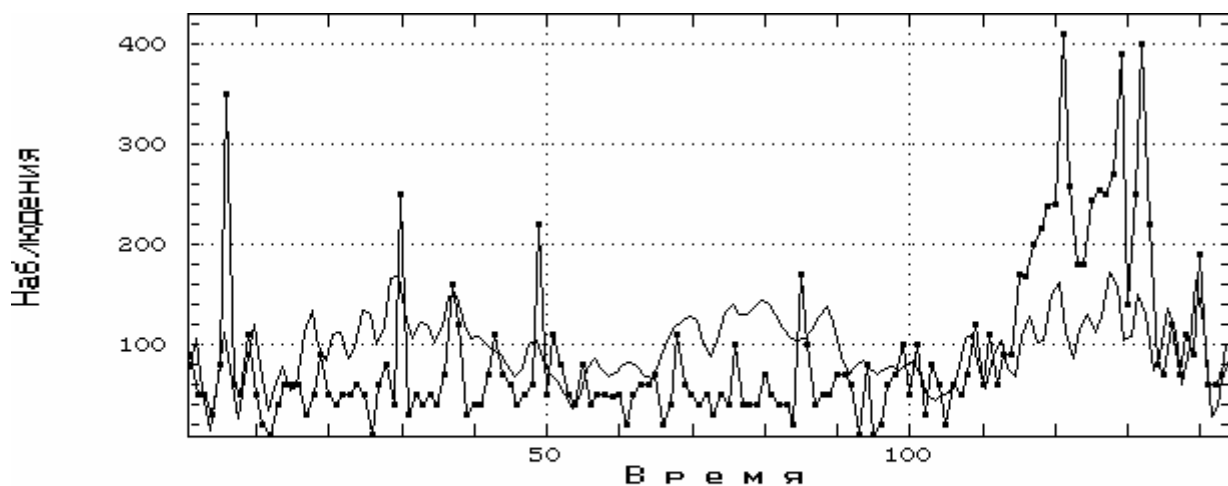


Рис. 3.8. График гармонического тренда оптимальной сложности ряда NH_4^+

3.3. МЕТОДЫ КОЛЛЕКТИВНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

*Я быть не желаю властителем
Судьбы, подчинившейся мере.
Иду я по звездным обителям,
Вскрывая безвестные двери.
Валерий Брюсов*

3.3.1. Идея и общая постановка задачи комплексации

Для моделирования тренда одного и того же временного ряда может применяться достаточно много различных методов, некоторое подмножество которых было рассмотрено выше. Резерв повышения надежности прогнозирования в такой ситуации состоит в объединении отдельных моделей в коллектив, эффективность которого практически всегда оказывается значительно выше любого из его членов (Храбров, 1960; Багров, 1962; Жуковский, Брунова, 1978; Брусиловский, 1987). При этом очевидна аналогия с методами коллективного решения, столь эффективно используемым в обществе (Льюс, Райфа, 1961; Растрингин, Эренштейн, 1981; Рабочая книга., 1982). Структурные связи в коллективе выбираются таким образом, чтобы положительные свойства той или иной модели дополняли друг друга, а отрицательные - компенсировались (т.е. срабатывал бы эффект системности типа "целое больше суммы своих частей").

Техника комплексации заключается в оценке уровня компетенции каждого из независимых автопрогнозов в рамках, например, линейной их суперпозиции. При этом естественно, что наибольший вес при групповом прогнозе должны иметь самые лучшие модели. Однако, поскольку каждый из исходных предикторов специфически описывает сложную неоднородную структуру временных рядов, созданный коллектив не должен быть авторитарным и отождествлять мнение "непогрешимого" авторитета с мнением всего коллектива. Поэтому существенным влиянием должны обладать самые "непохожие" между собой модели-индивидуумы, являющиеся носителями нетривиальных тенденций моделируемого процесса.

Идея применения комплексации требует решения трех взаимосвязанных задач:

- расчет параметров различных моделей и оценка их качества по некоторому набору критериев;
- проектирование коллектива комплексующих методов путем агрегирования полученных независимых автопрогнозов;
- формирование комплексного прогноза и оценка его качества.

Будем полагать, что исходный временной ряд представляет собой вектор наблюдаемых значений размерности n :

$$Y = (F_1, \dots, F_n).$$

Предиктор, построенный для временного ряда Y , считается заданным, если известна его структура, найдены оценки всех параметров и вычислены все расчетные значения $y = (R_1, \dots, R_n)$. Там, где это не приводит к двусмысленности, будем отождествлять предиктор с вектором полученных с его помощью расчетных значений.

Пусть имеется m прогнозов y_1, y_2, \dots, y_m переменной Y , полученных m различными моделями. Под комплексацией будем понимать процесс разработки оптимального в некотором смысле прогноза той же переменной Y , как функции индивидуальных прогнозов по моделям-предикторам: $g = F(y_1, y_2, \dots, y_m; t)$. Далее прогноз g будем называть **коллективным прогнозом**.

Очевидно, что качество (надежность) предиктора тем выше, чем "ближе" расчетные значения к фактическим. Оценка этой "близости" осуществляется путем вычисления значения того или иного критерия. Будем считать, что значение критерия не может быть отрицательным числом, а качество предиктора тем выше, чем меньше значение критерия.

Качество предиктора, как правило, оценивается по нескольким критериям одновременно. В этом случае мы имеем дело с векторной оценкой качества по вектору критериев:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}(Y, y, V) = (C_1, \dots, C_l),$$

где Y и y - векторы фактических и расчетных значений временного ряда; V - множество точек, по которым оценивается качество предиктора; l - число используемых критериев, $l > 0$.

При векторной оценке качества предикторов часто оказывается полезным построение множества Парето, что дает возможность предварительного отбора лучших моделей-индивидуумов. Множество Парето MP формируется по следующей схеме (Брусиловский, Фридлянд, 1986):

- для каждой произвольной пары предикторов y_1 и y_2 , если $y_1 \in MP$, а $y_2 \notin MP$, справедлива система неравенств

$$C_s(Y, y_1, V) < C_s(Y, y_2, V) \text{ для } s = (1, \dots, l),$$

причем хотя бы для одного s это неравенство строгое;

- если $y_1, y_2 \in MP$, то приведенные неравенства не выполняются.

Множество Парето, сформированное в результате полного перебора исходных моделей, будет включать в себя лучшие по отдельным критериям и самые "непохожие" друг на друга предикторы (в смысле близости векторов \mathbf{C}).

Вычислим значения шести наиболее употребительных критериев для 8 описанных ранее моделей временного ряда NH_4^+ :

№ модели	Средне-квадратич. ошибка	Средний модуль ошибки	Максимальный модуль ошибки	Критерий регулярности	Коэффициент корреляции	Критерий Дарбина-Уотсона
R_1	59.7	40.7	283	0.755	0.656	2.12
R_2	51	33.2	246	0.646	0.764	1.93
R_3	54.5	35.1	273	0.689	0.724	1.7
R_4	66.2	45.9	287	0.837	0.547	1.15
R_5	73.2	43.8	309	0.926	0.437	0.946
R_6	75.6	54.1	349	0.957	0.443	0.885
R_7	67.7	46.4	263	0.857	0.515	1.08
R_8	71.7	52.8	255	0.908	0.419	0.839

Использованные в таблице номера соответствуют следующим моделям:

- R_1 - авторегрессия 3 порядка (разд. 2.4.5, рис. 2.24);
- R_2 - полином 9 порядка (разд. 3.1.3, рис. 3.3);
- R_3 - сплайн с тремя узлами сопряжения (разд. 3.1.4, рис. 3.4);
- R_4 - аддитивная регрессионная модель (разд. 3.2.1, рис. 3.6);
- R_5 - мультипликативная регрессионная модель (разд. 3.2.1);
- R_6 - полиномиальная модель МГУА с использованием внешнего критерия регулярности (разд. 3.2.3);
- R_7 - полиномиальная модель МГУА с использованием внутреннего критерия среднеквадратической ошибки (разд. 3.2.3, рис. 3.7);
- R_8 - модель полигармонического тренда по МГУА (разд. 3.2.4, рис. 3.8).

Предварительный анализ векторов \mathbf{C} свидетельствует о том, что безусловным лидером по всему набору критериев является полиномиальная модель R_2 . В отношении других моделей нет полной однозначности: например, модель сплайновой интерполяции R_3 является второй по 5 критериям, однако по критерию Дарбина-Уотсона ее опережает модель авторегрессии R_1 .

3.3.2. Классификация алгоритмов комплексации

Коллектив предикторов \mathbf{g} чаще всего представляют в виде линейной комбинации из базового или суженного (наиболее информативного) множества исходных предикторов:

$$\mathbf{g} = \sum_{k=1}^m \mathbf{y}_k \omega_k$$

где \mathbf{y}_k - вектор расчетных значений, полученных по k -му индивидуальному алгоритму для каждого момента времени, $k=(1, 2, \dots, m)$, ω_k - вектор неизвестных коэффициентов.

Задача комплексации эквивалентна определению совокупности векторов ω_k , удовлетворяющих заданным ограничениям и минимизирующим некоторый критерий качества.

Число различных алгоритмов синтеза непрерывных коллективных предикторов постоянно возрастает, а их классификация может быть весьма условной. Тем не менее выделим алгоритмы комплексации без адаптации, в которых предполагается, что компоненты вектора весовых коэффициентов ω_k неизменны для всех моментов времени (вектор превращается в скалярную величину), и алгоритмы с адаптацией, если элементы вектора ω_k пересчитываются (адаптируются) при переходе от точки t к точке $t+1$.

К группе **алгоритмов без адаптации** могут быть отнесены следующие:

- простое усреднение, когда единственный коллективный предиктор строится как среднее арифметическое всех прогнозов-индивидуумов;
- селективное усреднение, когда выбирается наилучший предиктор (в смысле вектора критериев \mathbf{C}), полученный простым усреднением некоторого наиболее информативного набора исходных предикторов (Makridakis, Winkler, 1983);
- регрессионные алгоритмы, где коэффициенты ω_k определяются как коэффициенты регрессии по той или иной модификации метода наименьших квадратов (Дайитбегов и др., 1984);
- метод, названный "модельным штурмом", который для построения функции $\mathbf{g} = F(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_m; t)$ использует многорядный алгоритм МГУА (Брусилловский, Розенберг, 1983);
- алгоритм факторного анализа, когда базовый набор исходных предикторов выражается через небольшое число главных компонент - линейных комбинаций индивидуальных прогнозов, к которым на последующих шагах может быть применен любой другой алгоритм комплексации (Горелик, Френкель, 1983);
- использование для комплексации классической задачи математического программирования (Бронштейн, Брусилловский, 1984), когда ищется минимум целевой функции

$$\sum_{s=1}^l p_s C_s$$

где p_s - задаваемые исследователем неотрицательные весовые коэффициенты (приоритеты) отдельных критериев C_s ;

- алгоритм, предложенный одновременно и независимо Дж.Дикинсоном (Dikinsen, 1975) и Э.Б.Ершовым (1975) и основанный на минимизации дисперсии ошибки коллективного предиктора.

К **адаптивным алгоритмам** относятся алгоритмы Бейтса-Гренджера (Bates, Grandner, 1965), Ньюболда-Гренджера (Newbald, Grandner, 1974), Лукашина (1979) и др.

Очевидно, что подавляющее большинство неадаптивных алгоритмов комплексации основано на тривиальных методах обработки многомерных наблюдений.

Обозначим как \mathbf{G}_1 коллективный прогноз временного ряда NH_4^+ , полученный как среднее арифметическое сопряженных значений по 8 описанным выше индивидуальным моделям.

Использование описанного выше шагового метода получения регрессионной модели дает следующее линейное уравнение:

$$\mathbf{G}_2 = -44.5 + 0.832 R_2 + 0.48 R_8 + 0.779 R_7 - 0.748 R_5.$$

Если в регрессионном уравнении учесть также все парные взаимодействия индивидуальных прогнозов, то коллективный предиктор будет иметь вид:

$$G_3 = 59.6 - 0.203 R_1 - 0.6 R_8 + 0.00973 R_2 R_8 + 0.0138 R_7 R_8 - 0.0079 R_5 R_8 - 0.0024 R_6 R_8 - 0.0033 R_4 R_8.$$

Аналогичная модель, полученная по комбинаторному алгоритму МГУА (см. описание в разд. 3.2.3) с использованием внутреннего критерия - среднеквадратической ошибки на всей выборке, выражается следующим полиномиальным уравнением

$$G_4 = 0.5805 R_7 - 0.1864 R_8 + 0.0098 R_2 R_8 - 0.002 R_6 R_8 - 0.0024 R_1 R_5.$$

Более строгий подход к специфике и исходным предпосылкам синтеза коллектива предикторов демонстрирует алгоритм Дикинсона-Ершова, общее описание которого приводится ниже.

Пусть исходные предикторы, входящие в базовый набор, удовлетворяют следующим условиям:

- ошибки каждого предиктора есть независимые и случайные величины, подчиняющиеся нормальному закону распределения с нулевым средним и постоянной дисперсией;
- исходные предикторы являются несмещенными в смысле Бейтса-Гренджера (Bates, Grander, 1969), т.е. не дают систематической недооценки или переоценки фактических значений временного ряда.

На компоненты вектора ω_k налагаются ограничения нормировки:

$$\sum_{k=1}^m \omega_k = 1, \quad \omega_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

С учетом сделанных допущений, дисперсия ошибки коллективного предиктора вычисляется по формуле

$$\delta_m = \sum_{i,j} \omega_i \omega_j \delta_{ij}$$

Минимизируя δ_m методом неопределенных множителей Лагранжа:

$$\sum_{i,j} \omega_i \omega_j \delta_{ij} + \lambda (\sum_{i=1}^m \omega_i - 1) \Rightarrow \min$$

легко получить искомый вектор весовых коэффициентов ω_{opt} .

На практике дисперсии ошибок δ_{ij} оказываются неизвестными, поэтому Дж.Дикинсон (Dikinsen, 1975) предлагает использовать их оценки S_{ij} . Э.Б.Ершов (1975) для определения ω_{opt} применял метод максимального правдоподобия и постулировал нормальность совместного распределения ошибок индивидуальных предикторов, входящих в базовый набор.

Коллектив предикторов Дикинсона-Ершова для набора исходных моделей R_1-R_8 ряда NH_4^+ имеет вид:

$$G_5 = -20.088 - 0.144 R_1 + 0.9597 R_2 + 0.0746 R_3 - 0.359 R_4 - 1.153 R_5 + 0.045 R_6 + 1.247 R_7 + 0.331 R_8$$

Интересно отметить, что во всех синтезированных коллективах G_2-G_5 , если ориентироваться на коэффициенты уравнений, достаточно скромный вклад вносит наилучшая исходная модель R_2 (и уж совсем незаметна индивидуально сильная модель сплайновой интерполяции R_3). В то же время неожиданную "популярность" приобрела весьма специфическая модель полигармоничного тренда R_8 , совсем не блиставшая в рейтинге индивидуалов. Этот факт служит подтверждением высказанного выше тезиса о ценности для коллектива "зерен нетривиальности", рассыпанных в исходных моделях.

Алгоритм Бейтса-Гренджера, в его каноническом описании, предназначен для синтеза коллектива, имеющего минимальную возможную дисперсию ошибки по двум исходным моделям y_1 и y_2 :

$$g_i = \omega_i R_{i1} + (1 - \omega_i) R_{i2}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

При этом постулируются все исходные допущения, декларированные в методе Дикинсона-Ершова, а вектор ω_i можно рассматривать как оценку вектора ω_{opt} , вычисленную в точке i в условиях отсутствия достоверной информации об элементах ковариационной матрицы ошибок. Для расчета вектора весовых коэффициентов используют различные адаптационные процедуры, обладающие необходимыми свойствами сходимости и эффективности.

Для того, чтобы алгоритм Бейтса-Гренджера мог быть использован в случае произвольного числа исходных предикторов, применяют специально разработанные многошаговые и комбинированные процедуры.

Сравнительный анализ эффективности каждого из рассмотренных методов комплексации проведем с использованием знакомого нам по предыдущему разделу набора критериев:

№ модели	Средне-квадратич. ошибка	Средний модуль ошибки	Максимальный модуль ошибки	Критерий регулярности	Коэффициент корреляции	Критерий Дарбина-Уотсона
G_1	58.4	38	277	0.739	0.711	1.49
G_2	47.8	34	218	0.605	0.797	1.93
G_3	42.8	30.7	178	0.541	0.841	1.93
G_4	43.9	31	210	0.556	0.831	1.91
G_5	47.9	34.2	197	0.607	0.796	1.87
G_6	54.2	36.9	276	0.686	0.727	1.71

Использованные в таблице номера соответствуют следующим коллективам предикторов:

- G_1 - среднее значение индивидуальных прогнозов;
- G_2 - линейная регрессионная модель;
- G_3 - нелинейная регрессионная модель;
- G_4 - модель по комбинаторному алгоритму МГУА;
- G_5 - коллектив предикторов по алгоритму Дикинсона-Ершова;
- G_6 - коллектив предикторов по алгоритму Бейтса-Гренджера.

Нетрудно заметить, что безусловным аутсайдером по всем критериям оценки является простое усреднение частных прогнозов (G_1). Это естественно, поскольку составить работоспособный коллектив без учета уровня компетентности его членов - невыполнимая задача в любой сфере деятельности. Не претендуя в настоящей работе на глобальные обобщения, следует отметить явное преимущество нелинейных регрессионных методов (G_3) и алгоритмов МГУА (G_4) над другими процедурами. Они позволяют расширить класс функций, в котором ищется предиктор-коллектив, до класса полиномов произвольной степени от многих аргументов и использовать в качестве целевой функции не только дисперсию ошибок, но и любой другой критерий. Кроме того, для их применения не требуется выполнения условия нормировки весовых коэффициентов.

График интерполяции ряда NH_4^+ коллективом предикторов, полученный с помощью нелинейной регрессионной модели (G_3), представлен на рис. 3.9.

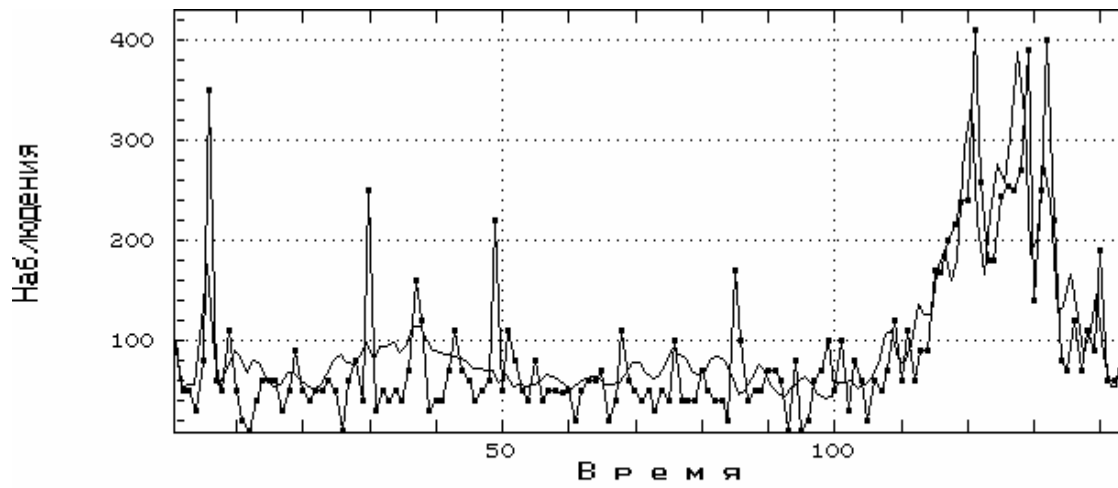


Рис.3.9. График интерполяции ряда NH_4^+ коллективом предикторов, полученным по нелинейной регрессионной модели

ГЛАВА 4. КОРРЕЛЯЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ

4.1. ОЦЕНКИ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ ПАР ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*Ах, только бы тройка не сбилась бы с круга,
Бубенчик не смолк под дугой,
Две верных подруги - любовь и разлука -
Не ходят одна без другой
Булат Окуджава.*

4.1.1. Общая концепция корреляционной связи

Изменения одного явления часто вызывают изменения другого или нескольких других явлений. Следовательно, явления в некоторой степени связаны между собой или находятся в "корреляционной зависимости". В данном контексте термины "связь" и "зависимость" могут приобретать различный оттенок. Использование термина "корреляционная зависимость" является обоснованным, если априори известно, что изменение одного явления служит причиной изменения другого. Но если причинно-следственные отношения трудно уловимы, корректнее употреблять термин "корреляционная связь", чтобы избежать ложной интерпретации результатов анализа.

Наиболее общим видом связи между процессами и явлениями считается стохастическая связь. Она выражается в том, что с изменением одного явления (X) меняется условный закон распределения другого явления (Y) так, что

$$F(Y|x) = F(X).$$

Причину стохастической связи некоторые исследователи видят в том, "что существуют общие случайные факторы, влияющие на каждую случайную величину неодинаково" (Венецкий, Кильдишев, 1968). Например, стохастически связаны между собой изменение расхода воды в водохранилище и численность гидробионтов, поскольку оба этих явления зависят от конкретных климатических особенностей текущего астрономического периода.

Первым этапом оценки возможности существования связи между факторами является логико-интуитивный подход (Выханду, 1964), основанный на профессиональных знаниях в конкретной содержательной области и разумной интуиции исследователя-эколога. В противном случае неизбежны эффекты нахождения, по выражению Дж.Юла и М.Кендалла (1960), "бессмысленной корреляции". Например, Дж.Юл приводит ставший теперь классическим пример тесной ($r = 0.998$) корреляционной связи между количеством радиоприемников и числом психических больных в Англии.

Разумно также помнить, что любые исходные данные представляют собой выборочную совокупность, и распространять результаты анализа на генеральную совокупность можно только после изучения всех аспектов вероятностной состоятельности принимаемых гипотез с использованием статистических критериев.

Корреляционная связь является частным случаем стохастической связи. Отсутствие стохастической связи означает отсутствие корреляционной связи, но обратное утверждение было бы неправильным, так как взаимодействие явлений может носить существенно нелинейный характер.

Наиболее простую оценку связи дает полный корреляционный анализ (различные его модификации широко известны; Розенберг и др., 1993). В антропологии и биометрии часто применяется следующая классификация при оценке тесноты связи по значению модуля коэффициента линейной корреляции:

- 0.0 ... 0.2 - слабая связь;
- 0.2 ... 0.4 - слабее средней тесноты;
- 0.4 ... 0.6 - средняя теснота;
- 0.6 ... 0.8 - теснее средней;
- 0.8 ... 1.0 - сильная связь.

Чаще всего ряды экологических данных являются слабоскоррелированными между собой. Наметьте какую-либо линейную взаимосвязь на корреляционных полях даже таких теоретически симбатных рядов, как FE и NH₄⁺ ($r = 0.142$), можно, обладая лишь изрядной долей впечатлительности. И совсем уж безнадежна попытка оценить визуально взаимосвязь между рядами NCAL и NROT ($r = -0.041$). Эти чисто зрительные восприятия легко подтверждаются статистическим анализом достоверности коэффициентов регрессии. Например, в уравнении зависимости скорости северного ветра СКОРОСТЬ от его повторяемости ПОВТОР (рис. 4.1, $r = 0.1015$)

$$\text{СКОРОСТЬ} = 4.58 + 0.028 \text{ ПОВТОР}$$

коэффициент при независимой переменной имеет доверительные границы при 95%-ом уровне значимости от -0.0028 до 0.0591, т.е. ошибка в определении коэффициента превышает его абсолютное значение. Низкая эффективность приведенной модели очевидна также при расчете статистики Дарбина-Уотсона для ряда остатков : $d = 0.797$.

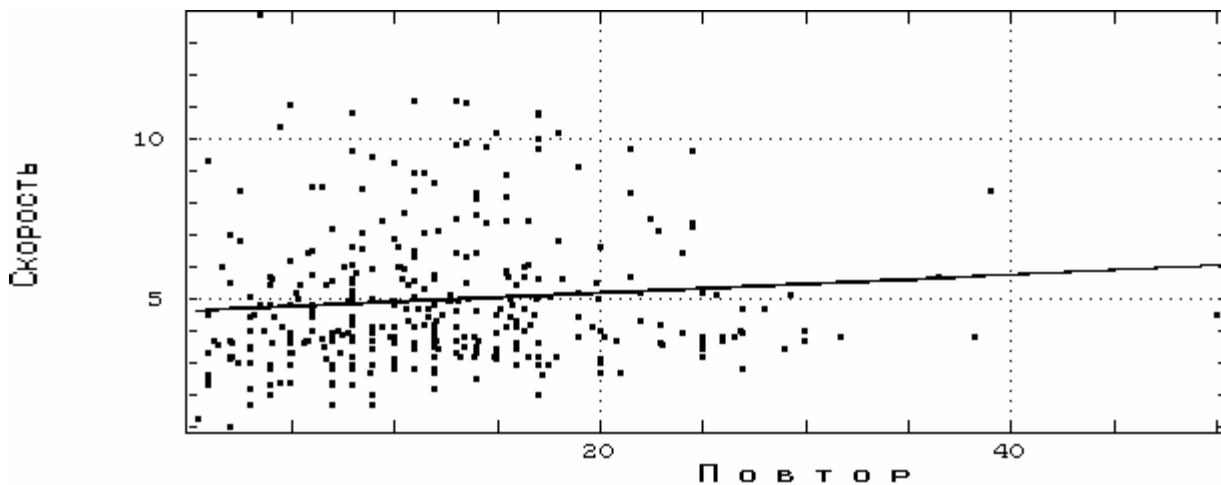


Рис.4.1. Корреляционное поле и линейная регрессия временных рядов СКОРОСТЬ и ПОВТОР

Коэффициент корреляции в применении к рядам динамики связан с параллельностью вариации явлений: если общий характер вариации двух рядов (т.е. гладкая и периодическая составляющая тренда) является одинаковым, то показатель тесноты связи будет большим. Ясно, что одинаковые вариации могут встречаться и в силу чисто случайных обстоятельств, поэтому необходим упомянутый всесторонний логико-теоретический анализ.

Для оценки взаимной зависимости временных рядов, использованных в качестве примеров в предыдущих главах, сформируем многомерный ряд, состоящий из 7 показателей, измененных в 108 моментах времени, и рассчитаем по полученной сопряженной таблице данных коэффициенты парной линейной корреляции:

	NH ₄ ⁺	FE	NCAL	NROT	СКОРОСТЬ	ПОВТОР	РАСХОД
NH ₄ ⁺	1.00	0.16	-0.19	-0.17	-0.37	0.03	0.20
FE	0.16	1.00	-0.22	-0.13	-0.13	0.18	0.65
NCAL	-0.19	-0.22	1.00	-0.07	-0.23	-0.12	-0.29
NROT	-0.17	-0.13	-0.07	1.00	0.23	0.25	0.04
СКОРОСТЬ	-0.37	-0.13	-0.23	0.23	1.00	0.05	0.03
ПОВТОР	0.03	0.18	-0.12	0.25	0.05	1.00	0.37
РАСХОД	0.20	0.65	-0.29	0.04	0.03	0.37	1.00

Если тесная корреляционная связь концентрации ионов железа с расходом воды в водохранилище ($r = 0.65$) выглядит вполне объяснимой, то труднее найти содержательную причину отчетливой корреляции того же расхода с повторяемостью северного ветра, либо концентрации ионов аммония со средней скоростью северного ветра ($r = -0.37$).

В работе Н.С.Четверикова (1966) анализируется пять возможных случаев искажений корреляции:

1. "Распределение численностей **A** по значениям второго переменного зависит от усмотрения исследователя или от обстоятельств, совершенно посторонних изучаемой связи...". В экологических исследованиях эта ситуация часто возникает, когда произвольно выбирается тот или иной отрезок времени, в течение которого явления по совпадению случайных причин варьируют параллельно.

2. Искажения, обусловленные динамической компонентой: наличием тенденции периодических или сезонных волн.

3. Ошибки вследствие стратификации - неоднородности исследуемого материала. Если в совокупности исходных данных встречаются некоторые аномальные точки, где значения исследуемых явлений существенно отличаются от основной массы данных, дисперсия не является объективной характеристикой вариации, что влечет за собой искажение тесноты связи.

4. Случай, когда данные представляют собой относительные величины, определенные к одному и тому же явлению. Понятно, что корреляция широко употребляемых в биометрии расчетных индексов, имеющих, по существу, одинаковое происхождение, будет заведомо сильной.

5. Наконец, ложная корреляция обязательно наблюдается в случаях, когда совокупности данных имеют случайные или периодически возникающие ошибки измерений.

В заключении нашей попытки апологии здравого смысла при оценке тесноты связи приведем слова Н.С.Четверикова: "Решить задачу...можно, только тщательно продумывая вопросы:

- каково существо задачи и в чем ищется предполагаемая причинная связь;
- в какой форме должны быть заданы единицы, подлежащие исследованию;
- в какой мере вводимые в исследование вспомогательные величины могут своими собственными случайными колебаниями вызывать искажение изучаемой связи;
- как учтено то, что привносимые колебания для обеих сопоставляемых переменных либо тождественно одинаковы, либо между собой более или менее скоррелированы."

4.1.2. Кросс-корреляционная функция

При коррелировании рядов динамики часто имеет место взаимное влияние процессов при условии сдвига временных серий друг относительно друга на некоторый временной промежуток (лаг **k**), т.е. влияние одного явления на другое проявляется с некоторым запаздыванием или опережением. Для определения наличия временного лага необходимо основательно проанализировать ряды динамики и выявить их характерные черты. В некоторых случаях на-

личие временного лага является очевидным: например, в цепи "хищник - жертва" вспышка популяции хищника происходит через определенный промежуток после вспышки популяции жертвы, после чего происходит снижение численности с тем же временным лагом. Но в большинстве случаев нельзя так просто судить о наличии временного лага и тем более о конкретной его длине.

Взаимная корреляционная функция, или **кросс-корреляционная функция** (ККФ) определяется для двух стационарных временных рядов как коэффициент корреляции между x_t и y_{t+k} в зависимости от k :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} X_t Y_{t+k} - \sum_{t=1}^{n-k} Y_t \sum_{t=1}^{n-k} X_{t+k} / (n-k)}{\sqrt{\left[\sum_{t=k}^{n-k} Y_t^2 - \sum_{t=k}^{n-k} Y_t^2 / (n-k) \right] \left[\sum_{t=k+1}^n X_t^2 - \sum_{t=k+1}^n X_t^2 / (n-k) \right]}}$$

Ряд $r_k = r(k)$ представляет собой таблично заданную корреляционную функцию, которая затухает довольно быстро. Наличие пиков в ККФ указывает на наличие временного лага. Если пики в функции $r(k)$ повторяются через определенное время, то взаимное влияние рядов носит периодический характер. Например, на кросс-спектре рядов NCAL и NROT (рис. 4.2) можно усмотреть их достоверную взаимосвязь при временных сдвигах на 1 и 11 месяцев соответственно.

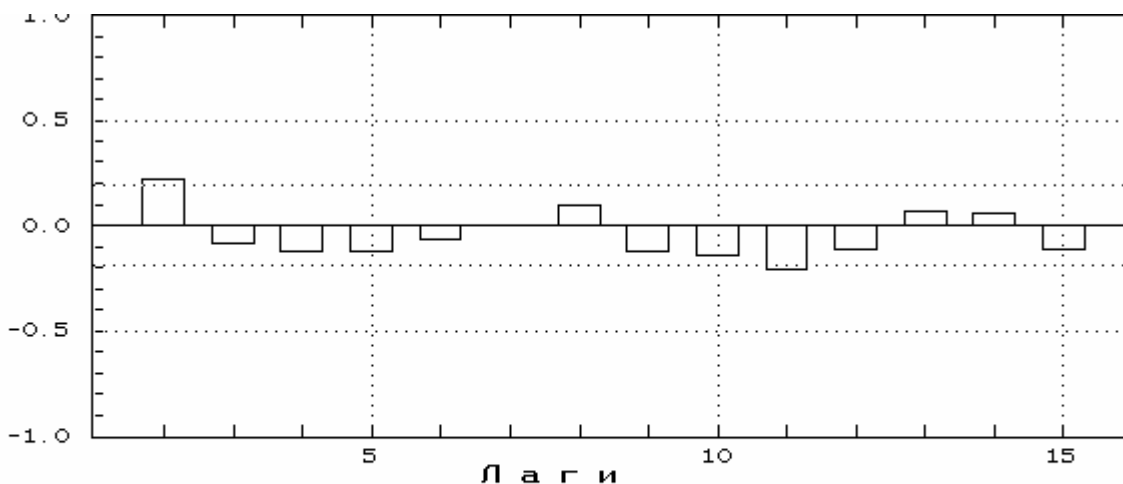


Рис. 4.2. График кросс-корреляционной функции рядов NCAL и NROT

4.1.3. Кросс-спектральный анализ

Взаимный спектр, или **кросс-спектр** определяется для пары стационарных временных рядов и характеризует их взаимодействие на различных частотах. Кросс-спектральный анализ является обобщением спектрального анализа для двухмерного случая и сводится к вычислению двух спектральных функций (Гренджер, Хатанака, 1972):

ко-спектра –

$$c(\omega_j) = \lambda_o / 4\pi [C_{xy}(0) + C_{yx}(0)] + 1/2\pi \sum_{k=1}^m \lambda_k [C_{xy}(k) + C_{yx}(k)] \cos \omega_j k$$

и квадратурного спектра –

$$q(\omega_j) = 1/2\pi \sum_{k=1}^m [C_{xy}(k) - C_{yx}(k)] \sin \omega_j k ;$$

$$\omega_j = \pi j / m ; j = 0, 1, \dots, m .$$

Значения ковариационных функций C_{xy} и C_{yx} зависят от выбора оценок весов I_k и их вычисление осуществляется по итерационной процедуре, как и в обычном спектральном анализе.

Взаимный спектр является комплексно-значной функцией и связан с теоретической кросс-корреляционной функцией преобразованием Фурье. Модуль взаимного спектра называют спектром мощности, а аргумент - фазой. Для оценки взаимного спектра применяются методы, аналогичные методам оценки обычного спектра: сглаживание выборочной взаимной периодограммы, например с помощью окна Парзена.

Кросс-спектральный анализ определяет наличие или отсутствие существенных гармонических составляющих в исследуемых рядах динамики и оценку тесноты связи между этими рядами. Кросс-спектр временных рядов NCAL и NROT представлен на рис. 4.3.

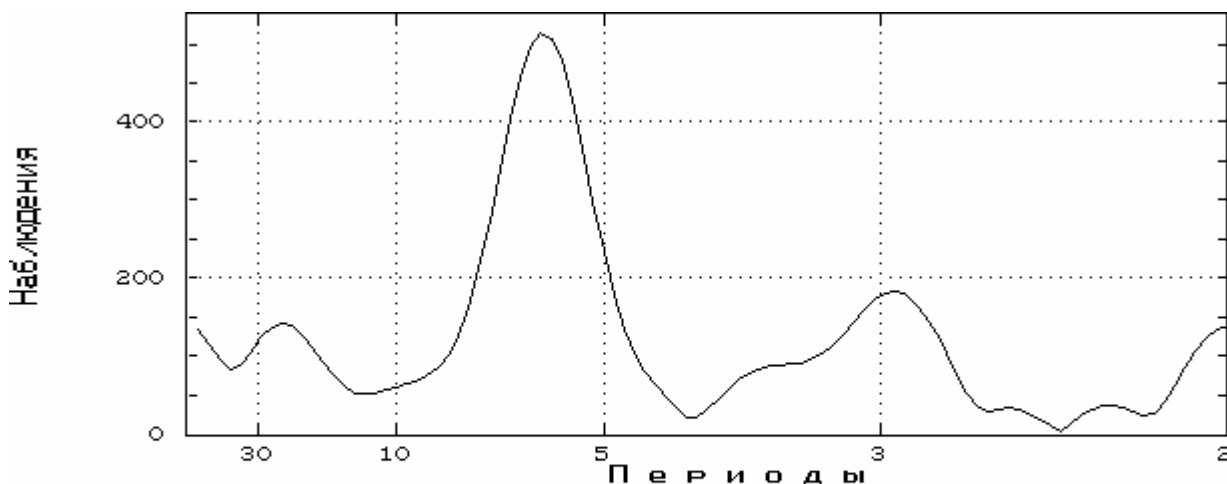


Рис.4.3. Кросс - спектр рядов NCAL и NROT

Показателем тесноты связи между гармоническими составляющими рядов на соответствующих частотах ω_j является функция когерентности $C(\omega_j)$, которая определяется как отношение оценки спектра мощности, т.е. модуля взаимного спектра, к произведению оценок индивидуальных спектров обеих рядов $F_x(\omega_j)$ и $F_y(\omega_j)$ соответственно:

$$C(\omega_j) = \frac{c(\omega_j)^2 + q(\omega_j)^2}{f_x(\omega_j)f_y(\omega_j)}$$

Когерентность интерпретируется как квадрат коэффициента корреляции и ее значения варьируются в интервале от 0 до 1.

Аналогом коэффициента кросс-корреляции при оценке связи между гармоническими составляющими с учетом их временного сдвига является сдвиг фаз гармоник:

$$f(\omega) = \arctg [q(\omega) / c(\omega)]$$

При кросс-спектральном анализе полезно строить диаграммы когерентности и сдвига фаз (рис. 4.4 и 4.5), так как анализ закономерностей этих показателей в различных частотных точках дает весьма ценную дополнительную информацию о взаимодействии процессов.

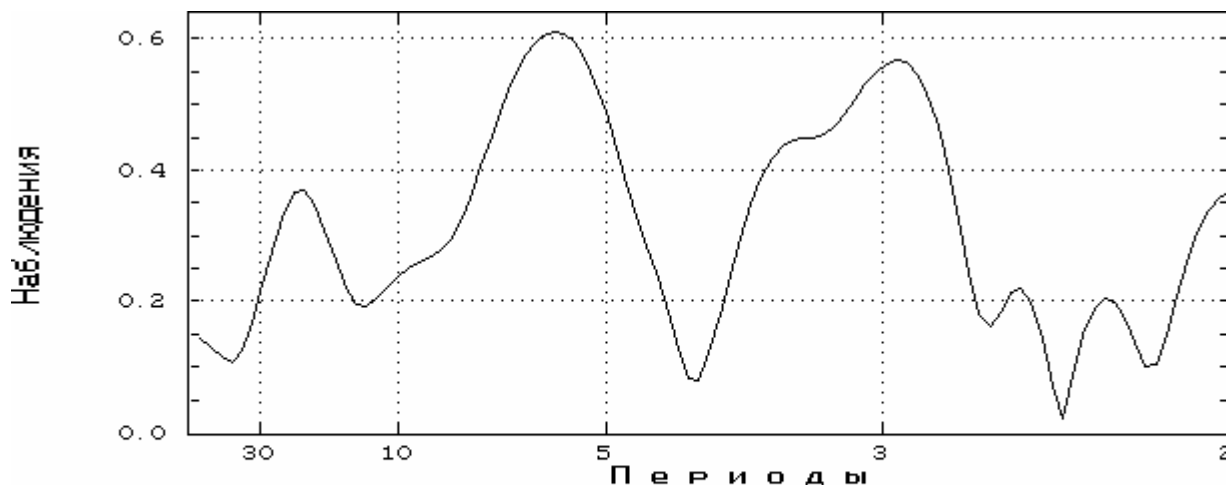


Рис.4.4. График функции когерентности рядов NCAI и NROT

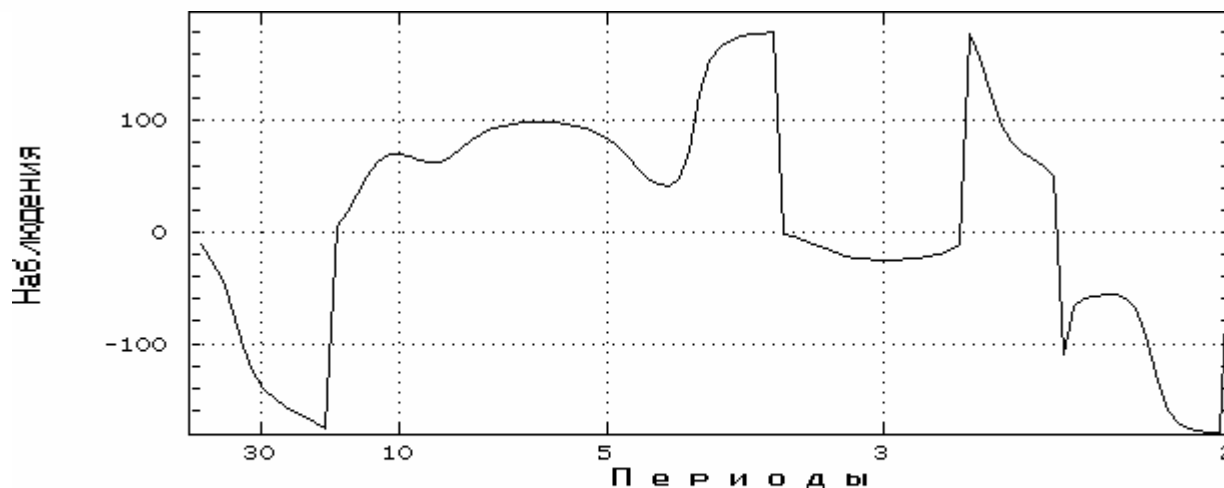


Рис.4.5. Диаграмма сдвига фаз кросс - спектра рядов NCAI и NROT

4.2. МОДЕЛИ МНОЖЕСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*Кларнет пробит, труба помята,
Фагот как старый посох стерт,
На барабанах швы разлезлись...
Но кларнетист красив как черт!
Булат Окуджава.*

4.2.1. Регрессионные модели временных рядов

Под линейной регрессионной моделью для временных рядов понимают, как обычно, соотношение

$$Y(t) = a_0 + a_1 x_1(t) + \dots + a_k x_k(t) + e(t),$$

где $Y(t)$ - объясняемая переменная (отклик); $x_1(t), \dots, x_k(t)$ - соответствующие независимые переменные (предикторы).

Оценки коэффициентов уравнения регрессии имеют в асимптотике распределение Стьюдента. На этом основана проверка гипотезы о равенстве коэффициентов нулю и построение доверительных границ для коэффициентов.

Используя в качестве примера многомерный временной ряд из 108 сопряженных значений (см. разд. 4.1.1) и выбрав в качестве отклика численность каляноидов NCAL, рассчитаем стандартным методом наименьших квадратов уравнение множественной линейной регрессии. Анализ достоверности коэффициентов модели приведен в табл. 4.1. Очевидно, что значимо отличаются от нуля коэффициенты лишь при двух неизвестных: NH_4^+ (что вполне соответствует экологическим представлениям) и скорости северного ветра (что требует дополнительных умозаключений о причинном характере такой связи).

Таблица 4.1

Коэффициенты модели и доверительные границы при 95%-ой вероятности

Переменные	Коэффициенты	t-критерий	Вероятность	Станд. ошибка	Нижняя граница	Верхняя граница
NH_4^+	0.00855	-2.677	0.0087	0.0032	-0.0149	-0.0022
FE	0.00443	-1.167	0.2456	0.0038	-0.0119	0.0030
NROT	0.00218	-0.519	0.6043	0.0042	-0.0105	0.0061
СКОРОСТЬ	0.39542	-3.279	0.0014	0.1206	-0.6346	-0.1562
ПОВТОР	0.00402	-0.102	0.9185	0.0392	-0.0818	0.0738
РАСХОД	0.02406	-1.017	0.3114	0.0236	-0.0709	0.0228
Свободный член	7.0845	7.47	0.0000	0.9483	5.2033	8.9658

Наиболее корректной проверкой значимости полученного уравнения регрессии является дисперсионный анализ. Например, в данном случае общая сумма квадратов отклонений $S = 805.57$ значений NCAL раскладывается на две составляющие:

- сумма квадратов, объясняемая полученной моделью $S_F = 159.29$, при 6 степенях свободы;
- остаточная сумма квадратов $S_z = 646.28$ под влиянием случайных факторов, при 101 степени свободы.

Критерий Фишера $F = 4.14$, вычисленный на основе средних квадратов, свидетельствует о том, что с вероятностью 99.91% можно утверждать о превосходстве доли объясненной дисперсии над частью дисперсии, зависящей от посторонних (неучтенных) факторов. Если же до-

ля объясняемого статистического разброса S_F не превосходит S_z , то полученная модель не имеет ни статистического, ни пользовательского смысла, поскольку с равным успехом можно пользоваться математическим ожиданием моделируемой величины.

Регрессионные модели временных рядов имеют свою специфику, связанную с присутствием трендов и плохой обусловленностью вычислительных процедур, а также плохими статистическими свойствами оценок коэффициентов модели. Кроме того, в модели обычно присутствует заметная автокорреляция остатков. Один из возможных методов борьбы с мультиколлинеарностью - предварительное исключение трендов из всех независимых переменных, входящих в модель. При этом рекомендуется либо исключить тренд из объясняемой переменной, либо добавить в модель время в качестве новой независимой переменной. Уравнение зависимости приобретет в этом случае вид:

$$Y(t) = a_0 + a_1 z_1(t) + \dots + a_k z_k(t) + bt + \varepsilon(t),$$

где $z_1(t)$, ..., $z_k(t)$ - новые независимые переменные, полученные из $x_1(t)$, ..., $x_k(t)$ путем удаления линейных трендов. Считается, что коэффициенты такой новой модели обладают обычно значительно более хорошими статистическими свойствами.

Поскольку выше была показана значительная нелинейность тренда всех свободных переменных (кроме самого отклика NCAL), ограничимся добавлением в исходную таблицу переменных дополнительной колонки - времени t - и вновь рассчитаем уравнение множественной линейной регрессии (в дальнейшем - модель M_1 , представленная на рис. 4.6):

$$\begin{aligned} \text{NCAL} = & 7.745 - 0.0207 t - 0.0044 \text{ NH}_4^+ - 0.00366 \text{ FE} - 0.00125 \text{ NROT} \\ & - 0.357 \text{ СКОРОСТЬ} - 0.0107 \text{ ПОВТОР} - 0.032 \text{ РАСХОД} \end{aligned}$$

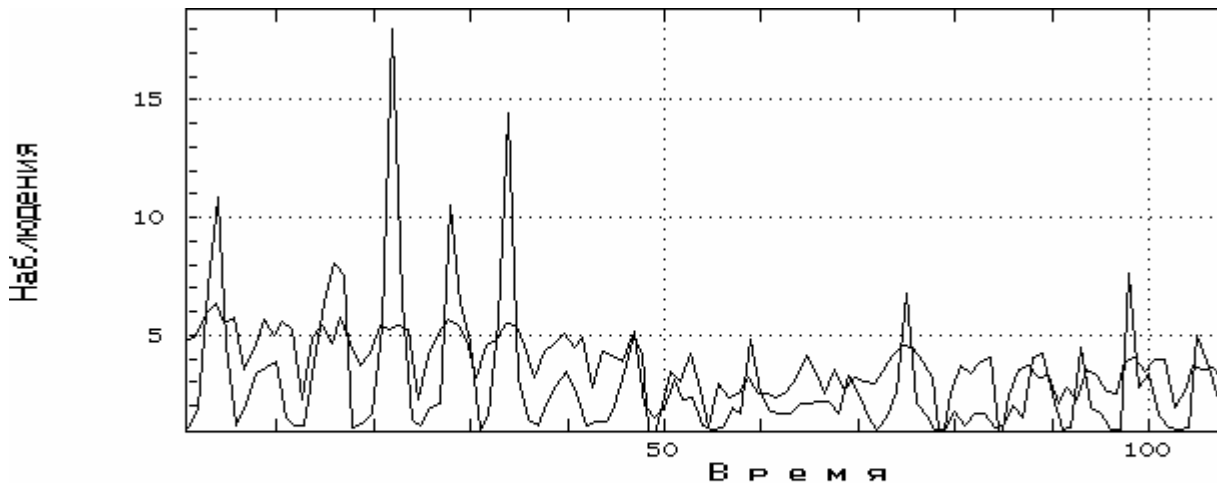


Рис. 4.6. График полной множественной линейной регрессионной модели ряда NCAL (M1) по 7 исходным переменным

В этом уравнении значимо отличными от нуля оказались уже коэффициенты при t и СКОРОСТЬ, хотя статистические свойства уравнения в определенной степени улучшились:

- стандартная ошибка остатков уменьшилась с 2.5296 до 2.4746;
- критерий Фишера увеличился с 4.14 до 4.51, а коэффициент множественной корреляции - с 0.444 до 0.489;
- повысилась стационарность ряда остатков по критерию Дарбина-Уотсона - с 1.631 до 1.706.

Недостатки линейных регрессионных моделей очевидны: низкая устойчивость вследствие "зашумленности" расчетного уравнения неинформативными членами, а также невозможность учета нелинейных эффектов и парных взаимодействий факторов. В известной мере этих недостатков лишена шаговая процедура нахождения регрессии по методу "включений с исключениями", описанная в разд. 3.2.1.

Расширим исходное признаковое пространство с 7 до 63 путем включения всех парных произведений независимых переменных и их функциональных преобразований (типа обратной величины, квадратного корня, логарифма и т.д.). Используя процедуру Эфроимсона при пороговом критерии Фишера $F_0 = 1.5$, найдем модели-претенденты:

- в классе аддитивных функций (модель M_2)

$$NCAL = 2.618 - 0.00546 t \cdot \text{СКОРОСТЬ} + 15.6/\sqrt{\text{РАСХОД}} - 0.393 \ln(\text{FE}) ;$$

- в классе мультипликативных функций (модель M_3)

$$\ln(NCAL) = 2.569 - 0.00129 t \cdot \text{СКОРОСТЬ} - 0.00411 \text{NH}_4^+ + 0.00021 \text{NH}_4^+ \cdot \text{ПОВТОР} + 2.242 / \text{СКОРОСТЬ} + 0.00442 \text{СКОРОСТЬ} \cdot \text{ПОВТОР} - 0.00131(\text{ПОВТОР})^2 - 0.594 \ln(\text{РАСХОД}).$$

Не будем проводить здесь сравнительный анализ полученных моделей - об этом речь пойдет ниже. Отметим лишь, что с использованием процедур селекции статистические показатели моделей значительно улучшились как за счет снижения остаточной суммы квадратов, так и вследствие уменьшения числа степеней свободы (для более лаконичной аддитивной модели критерий Фишера $F = 10.78$, а для мультипликативной - $F = 8.67$).

4.2.2. Многорядный алгоритм МГУА

В разделе 3.2 была описана общая идея методов самоорганизации на примере одного из алгоритмов МГУА - комбинаторного алгоритма.

Аналогичную полиномиальную модель с помощью этого метода можно получить и для рассматриваемого многомерного ряда с использованием в качестве критерия среднеквадратической ошибки на полной выборке (модель M_4):

$$NCAL = 5.9215 - 0.0051 t \cdot \text{СКОРОСТЬ} - 0.0038 \text{NH}_4^+ - 0.0509 \text{РАСХОД}$$

Многорядный алгоритм МГУА (Ивахненко, 1969; 1982), в отличие от комбинаторного алгоритма, воспроизводит схему массовой селекции, в которой "полное" описание (т.е. регрессионная модель от m факторов)

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

заменяется рядом "частных" описаний:

- первый ряд селекции

$$y_1 = F(x_1, x_1), y_2 = F(x_1, x_3), \dots, y_s = F(x_{m-1}, x_m), \quad \text{где } s = Cm^2;$$

- второй ряд селекции

$$z_1 = F(y_1, y_2), z_2 = F(y_1, y_3), \dots, z_p = F(y_{s-1}, y_s), \quad \text{где } p = Cs^2 \text{ и т.д.}$$

Каждое частное описание является функцией только двух переменных. Поэтому коэффициенты такого регрессионного уравнения могут быть легко определены даже по небольшому числу наблюдений обучающей последовательности методом наименьших квадратов. Из одного ряда селекции в другой пропускаются не все частные описания, полученные путем полного перебора пар факторов (s , p и т.д.), а только небольшая их часть (например, m уравнений),

которая является "наилучшей" в смысле заданного критерия селекции, определяемого по частным описаниям на проверочной последовательности.

Различные модификации многорядного алгоритма отличаются друг от друга по виду опорной функции F . В алгоритме с линейными полиномами используются частные описания вида

$$y_k = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j, \quad 0 < i < m, \quad 0 < j < m.$$

Усложнение модели в этом случае происходит только за счет увеличения числа учитываемых аргументов: на первом ряду селекции синтезируются модели, содержащие по 2 аргумента, на втором - по 3 или 4, на третьем - до 8 аргументов и т.д.

Многорядные алгоритмы при использовании нелинейных опорных функций, например:

$$y_k = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j \quad \text{или} \\ y_k = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j^2 + a_4 x_i^2 + a_5 x_j^2,$$

позволяют получить модели практически любой сложности, так как на каждом ряду селекции степень полинома удваивается. Число коэффициентов модели при этом может исчисляться миллионами, хотя минимум критерия селекции обычно достигается достаточно быстро.

Поскольку при использовании нелинейных опорных функций отмечается опасность потери существенного аргумента, то предпочтительнее использовать алгоритмы, оптимизирующие на каждом шагу длину частного описания (например, выбирающие вид частного описания с максимумом коэффициента корреляции на проверочной последовательности; Справочник по типовым ..., 1980, с. 65).

Количество рядов селекции обычно рекомендуется наращивать до $s = (m - 1)$, хотя в литературе описан случай, когда самая несмещенная линейная модель в примере с 5 аргументами получилась на 30-м ряду селекции. На практике усложнение модели прекращают, когда дальнейшее улучшение критерия селекции не будет превышать некоторого числа ε (параметр алгоритма).

Наилучшая модель по максимуму коэффициента корреляции $K_{кор}$ на проверочной последовательности для численности каляноидов при 7 исходных аргументах была получена на 5-м ряду селекции при $K_{кор} = 0.8938$ (на шестом шаге критерий отбора уже снизился до 0.8936). Оптимальная модель (M_5) имела вид:

$$NCAL = 0.9953 + 1.804 u_3 + 15.236 u_6,$$

где промежуточные переменные u_3 и u_6 могут быть вычислены по частным описаниям 4-го ряда селекции:

$$u_3 = -0.00299 + 0.3799 z_3 + 0.6461 z_7, \\ u_6 = 0.00011 + 0.8011 z_6 + 0.1918 z_7 + 2.0755 z_6 z_7 - 1.99 z_6^2.$$

Аналогичный вид имеют частные описания на 3-м и 2-м рядах селекции:

$$z_3 = -0.01211 + 0.7064 y_3 + 0.3989 y_2; \\ z_6 = -0.00434 + 0.3356 y_6 + 0.7022 y_3; \\ z_7 = 0.00738 + 1.1758 y_7 - 0.2564 y_2 + 5.669 y_7 y_2 - 5.1091 y_7^2; \\ y_2 = 0.0535 - 0.684 x_2 + 0.0883 x_3 + 3.67 x_2 \cdot x_3 + 3.789 x_2^2 + 0.367 x_3^2; \\ y_3 = 0.0401 + 0.085 x_3 - 0.9631 x_7 + 8.23 x_3 \cdot x_7 - 1.465 x_3^2 + 4.606 x_7^2; \\ y_6 = 0.0329 + 0.416 x_6 - 1.2359 x_7 + 8.79 x_6 \cdot x_7 - 3.09 x_6^2 + 5.904 x_7^2; \\ y_7 = 0.0274 - 1.081 x_7 - 0.2573 x_1 + 3.77 x_7 \cdot x_1 + 6.791 x_7^2.$$

И, наконец, на 1-м ряду селекции появляются исходные переменные:

$$x_1 = 0.44854 - 0.00974 t - 0.01086 \text{ РАСХОД} + 0.00048 t \cdot \text{РАСХОД} + 0.00003 \cdot t^2 + \\ + 0.00005 \text{ РАСХОД}^2;$$

$$x_2 = 0.73905 - 0.00532 \text{ NH}_4^+ - 0.14875 \text{ СКОРОСТЬ} + 0.00166 (\text{NH}_4^+) \cdot \text{СКОРОСТЬ} + 0.0067 \text{ СКОРОСТЬ}^2;$$

$$x_3 = 0.38458 - 0.00259 \text{ FE} - 0.01858 t + 0.00131 \text{ FE} \cdot t + 0.00003 t^2;$$

$$x_5 = 0.70996 - 0.16687 \text{ СКОРОСТЬ} - 0.10895 t + 0.0622 \text{ СКОРОСТЬ} \cdot t + 0.004 \text{ СКОРОСТЬ}^2;$$

$$x_6 = 0.35161 - 0.01542 \text{ ПОВТОР} - 0.01721 t + 0.01140 \text{ ПОВТОР} \cdot t - 0.00016 \text{ ПОВТОР}^2 - 0.00003 t^2;$$

$$x_7 = 0.52955 - 0.02077 \text{ РАСХОД} - 0.07157 \text{ СКОРОСТЬ} + 0.00447 \text{ РАСХОД} \cdot \text{СКОРОСТЬ} - 0.00009 \text{ РАСХОД}^2.$$

В представленные уравнения вошли все исходные переменные, кроме численности роторий, причем наибольшей "популярностью" пользовалась переменная времени, что свидетельствует об осязательном влиянии тренда. График полученной многорядной модели МГУА представлен на рис. 4.7.

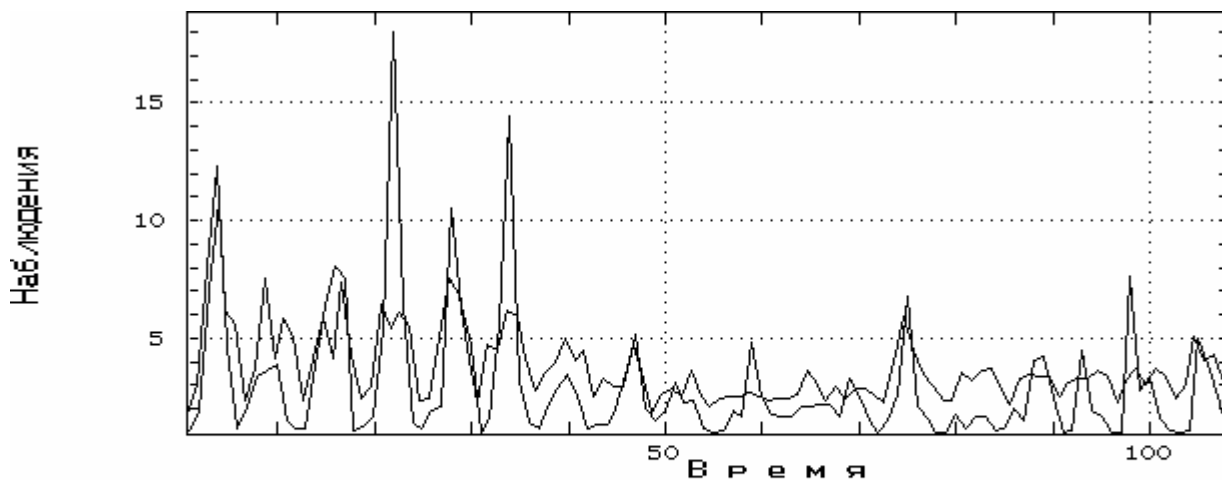


Рис. 4.7. График многорядной модели МГУА ряда NCAL (M5) по 7 исходным переменным

4.2.3. Коллективы многомерных экологических моделей

В главе 3 была описана идея и общая постановка задачи комплексации как резерва повышения надежности экологического прогнозирования. Совершенно аналогично процессу объединения в коллектив разнотипных моделей одномерных временных рядов может быть осуществлена комплексация моделей многомерных временных рядов.

Вычислим значения выбранных нами ранее критериев качества предикторов-индивидуумов для 5 представленных в настоящей главе моделей временного ряда NCAL. Используемые в нижеследующей таблице номера соответствуют следующим моделям:

- M_1 - полная линейная модель множественной регрессии (разд. 4.2.1, рис. 4.6);
- M_2 - аддитивная модель нелинейной регрессии с выбором комплекса информативных переменных (разд. 4.2.1);
- M_3 - описанная там же мультипликативная модель;

- M_4 - полиномиальная модель МГУА (разд. 4.2.2);
- M_5 - описанная там же многорядная модель МГУА (рис. 4.7).

№ модели	Средне-квадратическая ошибка	Средний модуль ошибки	Максимальный модуль ошибки	Критерий регуляри-ности	Коэффициент корреляции	Критерий Дарбина – Уотсона
M_1	2.38	1.58	13.5	0.872	0.49	1.71
M_2	2.39	1.61	13.5	0.873	0.487	1.74
M_3	2.37	1.32	14.5	0.868	0.573	1.55
M_4	2.41	1.6	13.6	0.882	0.471	1.67
M_5	2.13	1.26	13.3	0.778	0.628	1.88

Анализ таблицы критериев дает однозначный вывод о полном преимуществе многорядной модели МГУА (M_5), в то время как в отношении остальных четырех индивидуальных моделей четкого ранжирования не просматривается.

На основании полученных независимых автопрогнозов проведем построение коллективов предикторов, выполним формирование комплексного прогноза и оценим его качество.

Первый коллектив получим с использованием алгоритма Дикинсона-Ершова, основанного на минимизации дисперсии ошибки коллективного предиктора и дающего в результате вектор пронормированных весовых коэффициентов:

$$MG_1 = 0.11043 - 0.2278 M_1 - 0.2747 M_2 + 0.2223 M_3 + 0.3088 M_4 + 0.9714 M_5.$$

Отметим втрое больший вес, придаваемый в коллективе индивидуальному прогнозу M_5 , полученному по многорядному алгоритму МГУА.

Второй комплексный прогноз получим в классе регрессионных моделей по методу включений-исключений Эфроимсона:

$$MG_2 = -0.4661 + 0.794 M_5 + 0.43721 M_3.$$

Частные критерии Фишера при включении в модель индивидуальных прогнозов составили для M_5 - 12.74, для M_3 - 1.21. "Вогнать" в модель остальные индивидуальные прогнозы оказалось невозможным, несмотря на беспрецедентно низкое пороговое значение критерия Фишера $F_0 = 1.1$.

И, наконец, третий коллективный прогноз получим по методу, названному "модельным штурмом" (Брусиловский, Розенберг, 1983) который использует все тот же многорядный алгоритм МГУА. Наилучшая модель по максимуму коэффициента корреляции на проверочной последовательности, полученная на 4-м ряду селекции ($K_{кор} = 0.8609$), имела следующий вид:

$$MG_3 = 0.91247 + 18.45777 z_3 - 3.3107 z_3^2;$$

$$z_3 = 0.00011 - 0.11164 y_3 - 1.11065 y_4;$$

$$y_3 = 0.00506 - 0.90930 x_3 + 0.22309 x_3^2;$$

$$y_4 = 0.00938 + 0.47 x_4 + 0.39318 x_3 + 2.38727 x_3 \cdot x_4 - 2.09184 x_4^2;$$

$$x_3 = 0.5195 - 0.5491 M_3 - 0.74014 M_5 + 0.86617 M_3 M_5 - 0.0595 M_3^2 - 0.01341 M_5^2;$$

$$x_4 = -0.11941 - 0.01586 M_4 + 0.11442 M_3.$$

В коллективный предиктор по "модельному штурму" включены опять те же индивидуальные прогнозы по моделям M_3 , M_4 и M_5 . Однако, в отличие от алгоритма Дикинсона-Ершова, установить конкретный весовой коэффициент значимости каждого из них по уравнениям част-

ных описаний МГУА крайне затруднительно. График прогноза значений численности каляноид по этому методу представлен на рис. 4.8.

Оценим качество каждого коллектива по традиционному для нас набору критериев :

№ модели	Средне-квадратическая ошибка	Средний модуль ошибки	Максимальный модуль ошибки	Критерий регулярности	Коэффициент корреляции	Критерий Дарбина – Уотсона
MG_1	2.12	1.23	13.4	0.775	0.633	1.85
MG_2	2.11	1.24	13.2	0.774	0.633	1.9
MG_3	2.07	1.23	13.1	0.758	0.653	1.92

Нетрудно заметить, что бесспорным лидером среди комплексных моделей прогнозирования по любому из используемых критериев качества является многорядная модель МГУА - "модельный шторм" (MG_3). Также уместно отметить, что любой из полученных коллективных прогнозов, по крайней мере, не хуже любого индивидуального прогноза, какой бы критерий качества при этом не использовался.

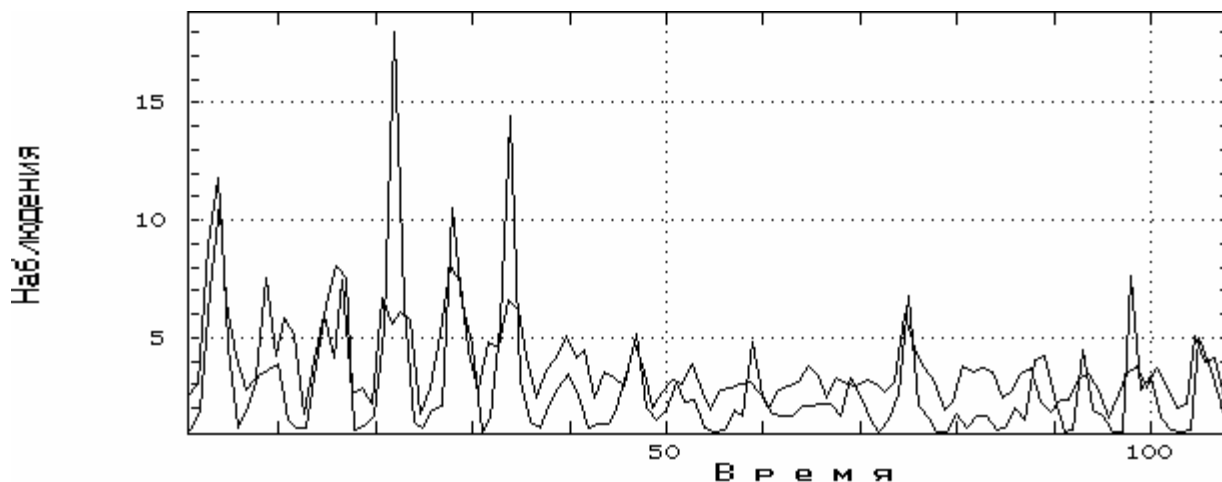


Рис. 4.8. График прогноза ряда NCAI коллективом предикторов, полученным в ходе "модельного шторма"

ГЛАВА 5. ПРОГНОЗ МАКРОСОСТОЯНИЙ КОМПОНЕНТ ЭКОСИСТЕМ

5.1. БИНАРИЗАЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*Давно меж мудрецами спор идет -
Который путь к познанию ведет?
Боюсь, что крик раздастся: "О невежды,
Путь истинный - не этот и не тот!"
Омар Хайям*

Как уже отмечалось выше (см. разд. 1.1.1), детальность формулировки прогноза состояния одного и того же параметра экосистемы может быть различной. Например, прогноз состояния байкальского фитопланктона рода *Melosira* может быть сформулирован следующим образом (Брусиловский, 1987, с.5):

- "численность водорослей достигнет этой весной 20 тыс. клеток/л";
- "водоросли видов *Melosira islandica*, *Melosira baicalensis* и *Stephanodiscus binderanus* разовьются в количествах, значительно больших, чем в предыдущую весну";
- "этой весной произойдет вспышка численности вида *Melosira islandica*".

В последнем случае мы имеем дело с прогнозом в самой слабой из всех существующих шкал измерений - в шкале наименований, отражающих макросостояния экосистем.

Необходимость перехода к рассмотрению макросостояний можно обосновать следующими соображениями. При всем многообразии методов построения прогнозных моделей в них есть много общего, а именно - схема предсказания очередного состояния системы: прогноз текущего микросостояния (конкретного значения параметра в количественной шкале) и перевод его в макросостояние путем использования дихотомического фильтра (например, если предсказанная численность байкальского фитопланктона рода *Melosira* велика, то данный год предсказывается как урожайный, "мелозирный"). Кратко, данную схему моделирования можно назвать так: "макросостояние через микросостояние". Как показало время, эта схема часто порождает прогнозы невысокого качества.

В условиях отсутствия информации о механизмах предсказываемых явлений и существенной неоднородности наблюдений микросостояний (например, численность каляноид - NCAL) следует использовать другую схему прогнозирования: "*микросостояние через макросостояние*". При этом процедура прогнозирования распадается на ряд этапов: бинаризация прогнозируемого временного ряда (при этом, естественно, происходит потеря некоторой доли информации), прогноз макросостояний и построение условных (в зависимости от макросостояния) предикторов микросостояний. Успех реализации этой схемы определяется как надежностью прогноза макросостояния, так и возможно большей надежностью прогноза "более однородных" групп микросостояний (например, прогноз только "мелозирных" или только "не мелозирных" годов).

Бинаризовать временной ряд можно путем сравнения его с некоторыми статистическими характеристиками - средняя, медиана, бивес-оценка (разд. 2.1.4): все, что больше этой характеристики, получает оценку 1, все, что меньше, - 0.

5.2. ЭВОЛЮЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

*Смысла нет перед будущим дверь запирать,
Смысла нет между злом и добром выбирать.
Небо мечет вслепую игральные кости.
Все, что выпало, надо успеть проиграть.*
Омар Хайям

Эволюционное моделирование (Фогель и др., 1969; Букатова, 1979; Розенберг, 1984; Брусиловский, 1987) представляет собой существенно машинный (т.е. ориентированный на использование ЭВМ), универсальный способ построения прогнозов макросостояний системы в условиях, когда полностью отсутствует апостериорная информация, а априорные данные задают лишь предысторию этих состояний. Одним из первых на возможность применения эволюционного моделирования для целей экологического прогнозирования указал В.Ф.Крапивин (1978, с.98-99). В дальнейшем, эти подходы использовались для прогнозирования величины прироста деревьев (Розенберг, 1984) и состояний байкальского планктона (Брусиловский, 1987).

Эволюционное моделирование основано на известных механизмах естественной эволюции организмов, что позволяет заменить моделирование исходной экосистемы моделированием процесса ее развития. Общая схема алгоритма получения прогноза выглядит следующим образом:

- задается исходная организация системы (в эволюционном моделировании в этом качестве фигурирует **конечный детерминированный автомат Мили**);
- проводят случайные "мутации", т.е. изменяют случайным образом текущий конечный автомат;
- отбирают для дальнейшего "развития" ту организацию (тот автомат), которая является "лучшей" в смысле некоторого критерия, например, максимальной точности предсказания последовательности значений макросостояний экосистемы.

Критерий качества модели в этом случае мало чем отличается, например, от минимума среднеквадратической ошибки на обучающей последовательности метода наименьших квадратов (со всеми вытекающими отсюда недостатками).

Каждый автомат Мили характеризуется **структурой**, описывающей набор состояний автомата и совокупность связей между ними, и **функционированием**, задающим правила преобразования входных символов в выходные. На рис. 5.1а графически представлен один из возможных автоматов для прогнозирования макросостояния экосистемы с предысторией вида 001111011 (более подробные пояснения будут даны ниже в разд. 5.3). Конкретное функционирование автомата по этой предыстории выглядит следующим образом:

- предъявляем первый символ 0 предыстории начальному состоянию **A**, при этом автомат по дуге 0/0 переходит в состояние **C**, синтезируя на выходе символ 0;
- второй символ предыстории 0 предъявляется уже состоянию **C**, в результате чего по дуге 0/0 осуществляется переход в состояние **B** и генерация символа 0;
- третий символ предыстории 1 оставляет автомат в состоянии **B** и генерирует символ 0.

Продолжая предъявлять символы предыстории, получаем последовательность выходных символов (см.табл. 5.1).

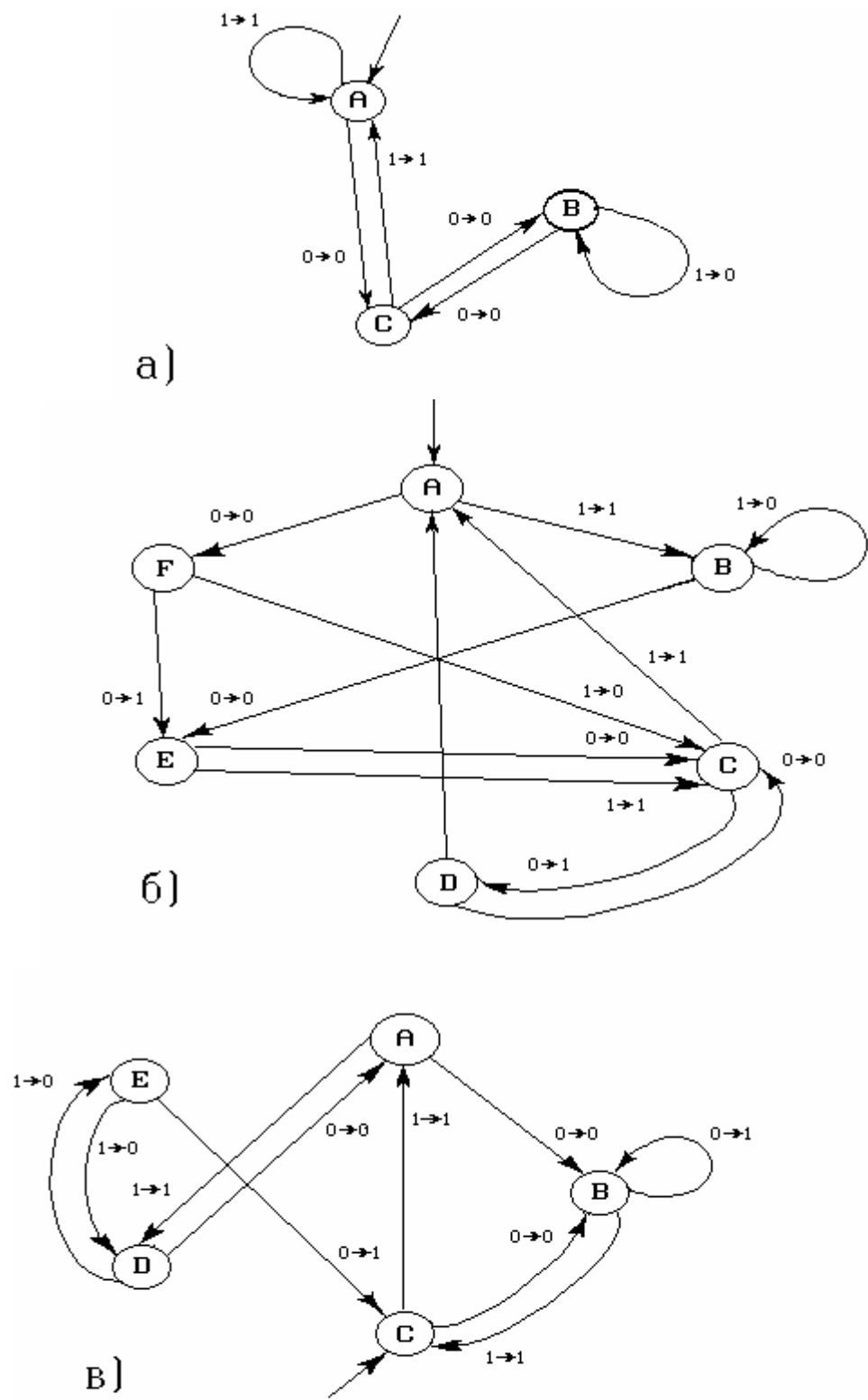


Рис. 5.1. Структура предсказывающего автомата NCAL
 а - начальный автомат (A = 30; B = 96; S = 41.4%),
 б - автомат после пяти удачных мутаций (A = 30; B = 96; S = 26.3%),
 в - автомат после трех удачных мутаций (A = 20; B = 106; S = 32.4%)

Таблица 5.1

Результаты функционирования автомата, представленного на рис. 5.1а,
по предъявленной предыстории

П а р а м е т р ы	Этапы работы автомата										
	A	C	B	B	B	B	B	C	A	A	
Последовательность состояний	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	
Предыстория (входной символ)		0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
Последовательность выходных символов		0	1	1	1	1	1	0	0	0	
Ошибка предсказания		0	1	1	1	1	1	0	0	0	

Как уже было отмечено, автомат-потомок образуется из автомата-родителя путем случайных мутаций его структуры и правил функционирования. При этом, если по выбранному критерию качества "потомок" лучше "родителя", то дальнейшим мутациям подвергается автомат-потомок; если хуже, то продолжают изменять автомат-родитель. Предусматривается всего пять режимов мутаций:

- добавление одного состояния (связи нового состояния с другими и правила преобразования символов устанавливаются случайным образом);
- устранение одного состояния;
- случайное изменение начального состояния;
- изменение направления перехода от одного состояния к другому;
- изменение соотношения символов "вход/выход" при переходе от одного состояния к другому.

Интенсивность каждого режима мутации задается некоторым распределением его вероятности. При этом, в классическом варианте эволюционного моделирования распределение вероятностей остается неизменным. А.Г.Ивахненко с соавторами (1976, с.92) отмечают, что "...поиск структуры механизма мутаций является чисто случайным, нецеленаправленным. Это, естественно, приводит к затягиванию процесса эволюционного развития по сравнению с процессом адаптации (целенаправленного обучения)". Этот недостаток легко исправляется путем применения, например, алгоритмов случайного поиска с адаптацией (Лбов, 1965), когда возрастает вероятность "удачных" мутаций (автомат-потомок лучше автомата-родителя) и, соответственно, уменьшается вероятность "неудачных".

Эволюционный процесс может быть остановлен, например, по выполнению одного из трех условий:

- синтезирован автомат с критерием качества, превосходящим некоторую заданную величину;
- израсходовано отведенное на построение "лучшего" автомата машинное время (проведено заданное число мутаций);
- получено заданное число "удачных" автоматов-потомков.

Была предложена модификация процесса построения эволюционной модели (Брусиловский, Розенберг, 1981; Брусиловский, 1987), которая имеет одно существенное отличие от традиционных процедур эволюционного моделирования. В ней использован принцип внешнего дополнения в том же виде, в каком он используется в алгоритмах МГУА. Исходная информация делится на две части - обучающую и проверочную последовательности. По первой из них строится конечный автомат эволюционного моделирования, и после каждой мутации, если результаты прогноза обучающей последовательности не ухудшились, качество автомата-потомка оценивается на проверочной последовательности. Естественно, что поиск "лучшего" автомата при этом несколько удлиняется, однако достигается более высокая точность прогнозирования.

Принцип экономичности моделей (см. разд. 1.1.1) может быть непосредственно учтен в эволюционной процедуре путем увеличения "штрафа за сложность" (Фогель и др., 1969, с.42).

Величина штрафа задается некоторой функцией от числа состояний автомата таким образом, чтобы некоторый автомат-потомок не выходил по своим размерам за возможности памяти ЭВМ. Наконец, можно предложить вариант алгоритма, призванный минимизировать возможность "заикливания" в результате функционирования автомата (автомат-потомок с наличием "внутренних петель" отбрасывается).

Существенным недостатком эволюционного моделирования в его классическом варианте (Фогель и др., 1969) является то, что на этапе адаптации синтезируется одновременно несколько автоматов, но для прогноза выбирается только один лучший ("лидер"). Как показывает практика, такого лидера часто просто не существует: либо несколько автоматов примерно одинаковы по своим прогнозирующим характеристикам, либо по разным критериям качества лучшими могут оказаться различные автоматы. Такая ставка на "лидера" приводит к тому, что часть полезной информации теряется с отбрасываемыми автоматами. Синтез автоматов в коллектив позволяет избавиться от этого недостатка и существенно повысить надежность предсказания.

Идея комплексации в эволюционном моделировании нашла свое выражение в разработке **трехэтапного эволюционного предсказывающего алгоритма** (Брусиловский, 1987; Брусиловский, Гаев, 1987). При этом коллективный прогноз очередного макросостояния сложной системы синтезируется на основе прогнозов по трем параллельно эволюционирующим и произвольно заданным начальным автоматам с помощью векторного критерия, который рассчитывается следующим образом. После проведения адаптации результаты совместных испытаний трех лучших потомков на обучающей последовательности сводятся в таблицу следующего вида:

Таблица 5.2

Символ обучающей последовательности (состояние A)	Прогноз коллектива автоматов ("атомы прогноза")							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0	p_{000}	p_{001}	p_{010}	p_{011}	p_{100}	p_{101}	p_{110}	p_{111}
1	q_{000}	q_{001}	q_{010}	q_{011}	q_{100}	q_{101}	q_{110}	q_{111}

Тогда для выборок малого объема байесовская оценка вероятности получить фактический символ обучающей последовательности (**A**) в случае реализации одного из "атомов прогноза" (*ijk*) будет (Брусиловский, 1987, с.37):

$$P(A/ijk) = (p_{ijk} + 1) / (p_{ijk} + q_{ijk} + 2),$$

где **p** и **q** - число испытаний, в котором наступило событие **A** при реализации "атома" (*ijk*). На этапе эксплуатации алгоритма предсказывается состояние **A** очередного макросостояния, если значение $P(A/ijk) > 0,5$.

5.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ЭВОЛЮЦИОННЫМИ МОДЕЛЯМИ

*Веселись! Ибо нас не спросили вчера,
Эту кашу без нас заварили вчера.
Мы не сами грешили и пили вчера -
Все за нас в небесах предрешили вчера.
Омар Хайям*

Для построения эволюционных моделей были использованы традиционные для этой книги ряды, бинаризованные с помощью медианы (см.табл.2.1). Каждый из этих рядов

разбивался на две части: обучающую последовательность (предисторию) размерности A и экзаменационную последовательность с размерностью B, определяющую долгосрочность прогноза.

На рис. 5.1а представлен начальный автомат для прогнозирования макросостояний ряда NCAL (**A** = 30; **B** = 96) с ошибкой на обучающей последовательности 41,4%, а на рис. 5.1б показан автомат, полученный после пяти удачных мутаций с ошибкой прогнозирования обучающей последовательности 6,9% и экзаменационной - 26,3%. Наконец, на рис. 5.3в показан конечный автомат для **A** = 20 и **B** = 106 с несколько худшими показателями прогнозирования.

Результаты остальных экспериментов по синтезу эволюционных предикторов представлены в табл. 5.2; они весьма наглядны, что освобождает нас от подробных комментариев. Отметим только, что для большинства показателей синтезированные модели неудачны, что можно объяснить следующими причинами. Во-первых, характер распределения большинства из этих рядов далек от нормального. Во-вторых, как показал весь предыдущий анализ, для этих рядов характерны некоторые усредненные тенденции развития, учет которых позволит "нормализовать" остатки и построить для них более совершенные эволюционные модели. В-третьих, длина обучающей последовательности также может выступать как фактор ограничения точности предсказания: "много" знать о прошлом - это совсем не означает "лучше" знать о нем (см., например, ухудшение прогноза NCAL при росте предистории в табл. 5.3). Наконец, сам оценочный характер (больше или меньше медианы) прогнозирования бинаризованных рядов накладывает принципиальные ограничения на точность такого прогнозирования.

Таблица 5.3

Результаты эволюционного моделирования макросостояний временных рядов с различным соотношением обучающих и экзаменационных последовательностей

Моделируемые временные ряды	Размерность последовательностей		Количество мутаций автомата		Доля ошибочных прогнозов (%)	
	обучения	экзамена	общее	удачных	обучения	экзамена
РАСХОД	120	264	518	6	19,3	33,8
СКОРОСТЬ	180	156	5998	11	20,1	45,8
ПОВТОР	60	276	27778	11	16,9	46,5
	120	216	1221	22	19,3	49,3
	240	96	13644	20	24,7	36,8
NH4+	60	76	849	7	16,9	57,3
FE	30	114	105	7	13,8	56,6
	90	54	1481	17	14,6	54,2
NCAL	20	106	691	3	10,5	32,4
	30	96	71	5	6,9	26,3
	90	36	1602	12	14,6	37,1
NROT	60	66	2028	15	18,6	58,5
	90	36	8318	13	24,7	57,1

Следует подчеркнуть, что проведенные эксперименты по синтезу эволюционных моделей продемонстрировали удовлетворительную работоспособность этого подхода в условиях полной неопределенности наших знаний о механизмах прогнозируемых явлений. С другой стороны, совершенно справедливо звучат слова А.Г.Ивахненко (1971, с.178): "Самоорганизация есть <<искусство управления стихиями>>. Объект имеет как бы свою

собственную <<свободную волю>>, как необъезженная лошадь или неисправная машина, и потому успех процесса как во всех эвристических методах, не гарантируется".

АДЕКВАТНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ (вместо заключения)

*По существу, мы все блуждаем в лабиринте,
Как в ранней юности, так и на склоне лет.
Куда же вы?.. Куда?! Мозгами пораскиньте!
Все ищут выхода. А выхода-то нет!
Из немецкой поэзии XVII века*

Специфической чертой современного этапа развития экологии следует считать широкое внедрение различных методов математического моделирования, которое должно рассматриваться как расширение традиционного, естественнонаучного понятия "эксперимент". Более того, можно говорить о формировании относительно самостоятельной области экологических исследований со специфическими методами - математической экологии. Что же следует ожидать от математизации экологии? Прежде всего математические модели экосистем должны способствовать выполнению двух основных функций теории - объяснению и прогнозированию наблюдаемых в природе феноменов. При этом неизбежно возникает задача оценки соответствия этих моделей реальным экосистемам (Розенберг, Брусиловский, 1982; Розенберг, 1984; 1989). Однако говорить об адекватности моделей вообще, как о некотором едином и присущем всем моделям качестве, нельзя. Многозначность и размытость понятия "адекватность" (от лат. *adaequatus* - приравненный) всякий раз требует комментариев при обсуждении свойств той или иной модели. Поэтому имеет смысл ввести некоторые уточнения к этому достаточно емкому понятию.

В настоящее время много работ, посвященных вопросам оценки адекватности математических моделей изучаемым сложным системам, анализ которых позволяет различать гносеологические и праксеологические свойства моделей (Гаспарский, 1978). Соответственно, далее будем говорить о **собственно адекватности** модели (качественная адекватность - соответствие отображения и модели структуры и механизмов функционирования экосистем) и о **праксеологичности** (количественная адекватность - применимость модели для практических действий: прогнозирования, управления и пр.). Подобное разделение обусловлено различиями технологий конструирования моделей, характером используемой информации, целями моделирования и пр.

Учитывая, что все многообразие математических моделей можно свести к четырем основным парадигмам (вербальной, функциональной, эскизной и имитационной; см. разд. 1.1.2), то для функциональных моделей целесообразно говорить только об их праксеологичности, так как в моделях типа "вход - выход" зачастую вообще не отражаются ни структура, ни механизмы функционирования экосистем. Такие модели могут быть полезными для практики в силу точности своих прогнозов, но они не адекватны реальным объектам в гносеологическом смысле. Для аналитических (эскизных) моделей, напротив, нельзя говорить о праксеологичности, поскольку при их построении исследователь сознательно идет на ряд упрощений исходной экосистемы (порою значительных) с тем, чтобы выделить наиболее существенные (с его точки зрения) компоненты и связи. Эти модели основаны только на априорной информации и призваны объяснять наблюдаемые в природе феномены; поэтому для аналитических моделей имеет смысл говорить лишь о **гносеологической адекватности**. Наконец, обе стороны адекватности как общей характеристики моделирования проявляются в имитационных моделях, где точность прогнозирования достигается за счет отображения в модели структуры и механизмов функционирования экосистем.

Критерии оценки и собственно адекватности, и праксеологичности весьма многочисленны и также могут быть разделены на два основных класса - **внутренние** и **внешние**. Для оценки

праксеологичности моделей такое разделение достаточно очевидно: внутренние критерии основаны на той же информации: по которой строилась модель, а внешние - на новой. Для оценки собственно адекватности моделей различение критериев более сложное. Например, можно считать внутренними критериями теоретические предпосылки самой экологии (модель роста численности или биомассы некоторой популяции, приводящая к отрицательным значениям этих характеристик, должна быть признана неадекватной). В этом случае внешние критерии следует искать в области математики и математического анализа моделей экосистем. Так, нельзя признать адекватным объяснение случайности наблюдаемых колебаний численности некоторой популяции, если в математическую модель ее роста непосредственно введен случайный фактор; другое дело, если такое квазислучайное поведение возникает при анализе детерминированной математической модели (всякого рода турбулентности или "странные аттракторы").

Критерии праксеологичности моделей. Внутренними критериями праксеологичности моделей являются различные оценки точности классических регрессионных уравнений (см. выше, например, разд. 2.3.3, 3.2.2 и др.). Наиболее широкое распространение имеют:

- средняя относительная ошибка (отклонение)

$$S_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^{(\text{э})} - x_i^{(M)}}{x_i^{(M)}} \right|;$$

- максимальная относительная ошибка (отклонение)

$$S_2 = \max \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i^{(\text{э})} - x_i^{(M)}}{x_i^{(M)}} \right|;$$

- средняя квадратичная ошибка

$$S_3 = \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n \left[\frac{x_i^{(\text{э})} - x_i^{(M)}}{x_i^{(M)}} \right]^2 \right]^{0.5};$$

- "коэффициент несовпадения" Тейла

$$S_4 = \frac{\left[\sum_{i=1}^n [x_i^{(\text{э})} - x_i^{(M)}]^2 \right]^{0.5}}{\left[\sum_{i=1}^n [x_i^{(\text{э})}]^2 \right]^{0.5} + \left[\sum_{i=1}^n [x_i^{(M)}]^2 \right]^{0.5}}$$

где $x_i^{(\text{э})}$ - экспериментальное значение, $x_i^{(M)}$ - значение, рассчитанное по функциональной модели, n - число экспериментальных значений, которые использовались для синтеза модели (см., например, Гильманов, 1978; Розенберг, 1989).

Недостатком этих показателей является субъективность выбора пороговых значений, превышение которых должно свидетельствовать о непраксеологичности модели. Другая особенность внутренних критериев, снижающая их эффективность, состоит в том, что они были созданы для решения задачи интерполяции, и при необходимости дать прогноз значений из другой области (задача экстраполяции) их результат оказывается крайне неточным. С этих позиций "доказательство" правильности теории или регрессионной зависимости только на основе того, что теоретическая кривая весьма близко проходит через экспериментальные точки, нельзя принимать серьезно.

Определение тех же показателей S_1, S_2, S_3, S_4 на новой информации, "свежих" экспериментальных точках, не использованных при синтезе модели, и составляет суть применения внешних критериев для оценки пригодности моделей. Для самоорганизующихся моделей эти критерии выступают в роли внешнего дополнения (Ивахненко, 1975; 1982). При постепенном усложнении модели внешний критерий проходит через минимум, что позволяет найти единственную для данного критерия оптимальную модель.

Подчеркнем, что выявление причин неадекватности модели требует привлечения оценки ее собственно адекватности. В частности, для имитационных моделей внутренние и внешние критерии адекватности используются на равных в процедурах анализа чувствительности (Шеннон, 1978; Schreiber et al., 1978; Steinhorst et al., 1978), а ряд качественных критериев позволяет получить внутреннюю оценку собственно адекватности (Брусиловский, Розенберг, 1981).

Критерии адекватности моделей. Как уже отмечалось выше, о собственно адекватности математических моделей экосистем следует говорить в основном только для аналитических моделей, хотя некоторые черты объяснительной функции присутствуют и в других способах моделирования (в первую очередь, в имитационном).

В ранее опубликованной работе (Розенберг, Брусиловский, 1982) была подробно исследована адекватность модели пространственной и временной неоднородности развития сообществ с доминированием клевера ползучего (*Trifolium repens*) и райграсса многолетнего (*Lolium perenne*) и аналогичной по своей структуре модели аллелопатического взаимодействия видов. Взаимодействие популяций растений описывается традиционной моделью конкуренции Лотки-Вольтерра с учетом стимулирующего (соответственно, ингибирующего) действия одной популяции на другую. Внутренним критерием адекватности выступает факт неотрицательности фитомассы популяций в точках равновесия. На основе только этого критерия обе модели должны быть призваны внутренне адекватными и для дальнейшей оценки их адекватности следует привлекать внешние критерии.

В качестве внутренних критериев могут фигурировать списки факторов, задействованных в моделях (Брусиловский, Розенберг, 1981). Так, если F_X - список факторов, с помощью которых задается динамика некоторой экосистемы в имитационной модели, а F_Y - список факторов, использованных в самоорганизующейся модели той же экосистемы, то возможны четыре ситуации.

Ситуация 1. $F_X \subset F_Y$, т.е. в имитационной модели отсутствуют некоторые существенные факторы. Здесь и далее под существенными понимаются факторы, включенные ЭВМ (без субъективного выбора исследователем) в оптимальную по сложности самоорганизующуюся модель, построенную по результатам натуральных наблюдений над экосистемой. Таким образом, имитационная модель считается недоусложненной и признается внутренне неадекватной.

Ситуация 2. $F_X \supset F_Y$, т.е. в имитационной модели присутствуют "лишние" факторы (несущественные по результатам самоорганизации). Имитационная модель считается переусложненной, но может быть признана внутренне адекватной.

Ситуация 3. $F_X \cup F_Y = \emptyset$, т.е. в имитационной модели одновременно отсутствует часть существенных факторов и присутствует часть несущественных факторов. В этом случае имитационная модель одновременно является недо- и переусложненной по сравнению с соответствующей самоорганизующейся моделью и также должна быть признана внутренне неадекватной.

Ситуация 4. $F_X = F_Y$, т.е. списки факторов, характеризующих состояние экосистемы в имитационной и самоорганизующейся моделях, совпадают (фактически этой ситуации соответствует рассмотренный выше вариант сравнения аналитических моделей взаимодействия популяций растений). Имитационная модель должна быть признана внутренне адекватной.

Дальнейшая оценка адекватности моделей в ситуациях 2 и 4 должна осуществляться с привлечением внешних критериев.

Для аналитических моделей взаимодействия популяций внешним критерием адекватности можно принять анализ устойчивости точек равновесия модели (в этом случае "устойчивость" системы взаимодействующих популяций должна интерпретироваться как "наблюдаемость" феномена в природе). Такой анализ для модели системы "клевер - райграсс" (Розенберг, Брусиловский, 1982) позволил получить условия качественной адекватности модели, а для аллелопатического взаимодействия популяций точки равновесия оказались неустойчивыми. Учитывая, что явление аллелопатии реально существует, следует констатировать качественную неадекватность модели по внешнему критерию (при ее адекватности по внутреннему).

Таким образом, выбор самоорганизующегося моделирования в качестве внешнего критерия как для оценки праксеологичности моделей, так и собственно адекватности связан с целым рядом его особенностей. Построенная при минимальном вмешательстве исследователя только по эмпирическим данным самоорганизующаяся модель способна "выбрать" наиболее существенные для прогноза переменные (что способствует развитию интуиции исследователя). Это служит основанием для использования самоорганизации в качестве внутреннего критерия. С другой стороны, самоорганизующаяся модель, являясь наиболее объективной (без "навязывания" представлений исследователя о характере моделируемого явления), выступает в качестве авторитетного арбитра при сравнении моделей, построенных на дедуктивной основе, что позволяет использовать ее как внешний критерий.

В заключение можно сделать вывод о том, что для оценки как праксеологичности, так и собственно адекватности математических моделей экосистем приемлемое значение внутреннего критерия следует считать необходимым, а внешнего - достаточным условием на данном уровне знаний и в рамках имеющейся у исследователя информации.

Ю.П. Юрачковский

**МЕТОД ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ:
СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ**

Метод группового учета аргументов (МГУА) является одним из методов восстановления статистической зависимости между входными и выходными переменными по выборкам наблюдений. Предложен этот метод А.Г.Ивахненко в конце 60-х годов (Ивахненко, 1969). Свое обоснование в рамках математической статистики метод получил в последнее десятилетие (Ивахненко, Юрачковский, 1987). В настоящее время МГУА рассматривается как один из разделов прикладного статистического анализа, более того, как раздел регрессионного анализа, понимаемого в широком смысле.

Статистические предпосылки метода следующие:

П1. Имеется семейство независимых случайных величин $y(\mathbf{v})$, $\mathbf{v} \in V \subset R_m$ с неизвестными математическими ожиданиями $y^0(\mathbf{v})$ и неизвестной конечной дисперсией σ^2 и задана выборка n наблюдений этого семейства в неслучайных точках множества $\mathbf{W} = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_n\} \subset V$.

П2. Задано множество \mathfrak{R} функций $f_\alpha(\cdot, \cdot)$, $\alpha \in \mathfrak{Z}$, определенных на множествах $V \times \Theta_\alpha$, $\Theta_\alpha = R^m \alpha$.

В дальнейшем эти функции будем называть структурами моделей или просто **структурами**, и вместо $f_\alpha(\cdot, \cdot)$ писать f_α ; функции $f_\alpha(\cdot, \zeta_\alpha)$, $\zeta_\alpha \in \Theta_\alpha$, будем называть моделями, имеющими структуру f_α ; ζ_α будем называть параметром этой модели.

Структуру f_β будем называть несмещенной, если найдется такое значение ζ_β^0 параметра ζ_β , что $f_\beta(\mathbf{v}, \zeta_\beta^0) = y^0(\mathbf{v})$, $\mathbf{v} \in V$. В противном случае структуру будем называть смещенной.

В этих терминах и предпосылках одна из задач, решаемых при помощи МГУА, состоит в том, чтобы найти несмещенную структуру, если такая содержится в множестве \mathfrak{R} . Очевидно, что непосредственное нахождение несмещенной структуры, исходя из предпосылок *П1* и *П2* невозможно, поэтому для решения поставленной задачи прибегают к статистическим оценкам.

Для получения конструктивных результатов усилим *П2* следующим образом:

П2'. Задано множество \mathfrak{R} линейных по векторному параметру ζ_α структур f_α , $\alpha \in \mathfrak{Z}$, определенных на множествах $V \times \Theta_\alpha$, $\Theta_\alpha = R^m \alpha$.

Из *П2'* следует, что функции $f_\alpha(\cdot, \zeta_\alpha)$ представимы в виде $f_\alpha(\cdot, \zeta_\alpha) = \zeta_\alpha^T \varphi_\alpha(\cdot)$, где $\varphi_\alpha(\cdot) = [\varphi_\alpha^{(1)}(\cdot), \varphi_\alpha^{(2)}(\cdot), \dots, \varphi_\alpha^{(n)}(\cdot)]^T$ - вектор известных функций.

$$\text{Обозначим } \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(\mathbf{w}_1) \\ y(\mathbf{w}_2) \\ \dots \\ y(\mathbf{w}_n) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y}^0 = \begin{bmatrix} y^0(\mathbf{w}_1) \\ y^0(\mathbf{w}_2) \\ \dots \\ y^0(\mathbf{w}_n) \end{bmatrix},$$

и назовем нормированным квадратичным критерием качества модели $f_\alpha(\cdot, \zeta_\alpha)$ величину $CR_\alpha = \mathbf{Y}^T \mathbf{F}_\alpha \mathbf{Y}$, где \mathbf{F}_α - квадратная матрица размера n , обладающая следующими свойствами:

- симметричности;
- положительной полуопределенности;
- если f_α - несмещенная структура, то $\mathbf{F}_\alpha \mathbf{Y} = 0$;
- $\text{tr } \mathbf{F}_\alpha = 1$.

Матрица F_α , определенная выше, в общем случае не единственна, но какими бы ни были матрицы F_α и F_β , если структура несмещенная, то

$$E[Y^T F_\alpha Y] - E[Y^T F_\beta Y] \geq 0, \quad (1)$$

где E - оператор математического ожидания.

Доказательство неравенства (1) вытекает сразу же из того, что

$$E[Y^T F_\alpha Y] = Y^{0T} F_\alpha Y^0 + \sigma^2, \quad \alpha \in \mathfrak{F},$$

а также из того, что $F_\beta Y^0 = 0$ и $Y^{0T} F_\beta Y^0 > 0$.

Доказанный факт является обоснованием использования

$$f = \arg \min_{\mathfrak{R}} Y^T F_\alpha Y \quad (2)$$

в качестве оценки несмещенной структуры.

В оценке (2) имеет место произвол в выборе матрицы F_α . В МГУА обычно используются специфические критерии качества моделей, такие, как критерий регулярности, критерий непротиворечивости и т.п. (правильнее было бы их называть критериями нерегулярности, противоречивости и т.п.) Для описания этих критериев введем обозначение

$$X_\alpha = \begin{bmatrix} \varphi_\alpha^{(1)}(w_1) & \varphi_\alpha^{(2)}(w_1) & \dots & \varphi_\alpha^{(m_\alpha)}(w_1) \\ \varphi_\alpha^{(1)}(w_2) & \varphi_\alpha^{(2)}(w_2) & \dots & \varphi_\alpha^{(m_\alpha)}(w_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varphi_\alpha^{(1)}(w_n) & \varphi_\alpha^{(2)}(w_n) & \dots & \varphi_\alpha^{(m_\alpha)}(w_n) \end{bmatrix}$$

Рассмотрим далее горизонтальное разбиение матрицы X_α на две подматрицы. Более того, условимся нижний индекс α опускать всякий раз, когда рассматривается только одна структура, и обозначать это разбиение как

$$X = \begin{bmatrix} X_A \\ X_B \end{bmatrix} \quad (3)$$

Количество строк в подматрицах X_A и X_B обозначим n_A и n_B соответственно, а подмножества множества W , соответствующие разбиению, будем называть множествами A и B соответственно. Обозначение (3) можно переписать в виде $X = [X_A, X_B]^T$ и определить по аналогии $Y = [Y_A, Y_B]^T$.

Пусть теперь ζ_A есть оценка параметра ζ , полученная на множестве A методом наименьших квадратов:

$$\zeta_A = (X_A^T X_A)^{-1} X_A^T Y_A.$$

По аналогии определим

$$Y_A^A = X_A \zeta_A; \quad Y_B^A = X_B \zeta_A; \quad Y^A = X \zeta_A \text{ и т. д.}$$

В этих обозначениях критерий регулярности дается формулой:

$$\begin{aligned} AR &= h \|Y_B - Y_B^A\|^2 = h \|Y_B - X_B \zeta_A\|^2 = \\ &= h \|Y_B - X_B (X_A^T X_A)^{-1} X_A^T Y_A\|^2 = h \|Y_B - P_{AB} Y_A\|^2, \end{aligned}$$

где $P_{AB} = X_B (X_A^T X_A)^{-1} X_A^T$, h - некоторый нормирующий множитель, смысл которого будет объяснен ниже.

Легко понять соображения, положенные в основу описанного критерия: оценивание параметра ζ и оценивание качества модели осуществляется на различных (непересекающихся) подвыборках. Множество \mathbf{A} в этом случае иногда называют обучающим, множество \mathbf{B} - проверочным.

Нетрудно заметить, что

$$AR = h \|Y_B - P_{AB} Y_A\|^2 = h (Y_A^T P_{AB}^T P_{AB} Y_A - Y_A^T P_{AB}^T Y_B - Y_B^T P_{AB}^T Y_A + Y_B^T Y_B) =$$

$$h \begin{bmatrix} Y_A^T & Y_B^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{BA}^T P_{BA} & P_{BA}^T \\ -P_{BA} & I_{n_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_A \\ Y_B \end{bmatrix}$$

где I_{n_B} - единичная матрица размера n_B . Если обозначить теперь

$$F_{AR} = h \begin{bmatrix} P_{BA}^T P_{BA} & P_{BA}^T \\ -P_{BA} & I_{n_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_A \\ Y_B \end{bmatrix}$$

то

$$AR = Y^T F_{AR} Y.$$

Для того, чтобы критерий регулярности был нормированным квадратичным критерием качества модели, необходимо, чтобы матрица F_{AR} обладала перечисленными ранее четырьмя свойствами:

- $F_{AR} = F_{AR}^T$;
- $F_{AR} > 0$;
- $F_{AR} Y^0 = 0$ (если рассматриваемая структура несмещенная);
- $\text{tz } F_{AR} = 1$.

Выполнение первых двух свойств устанавливается непосредственной проверкой.

Выполнение третьего свойства следует из того, что

$$\begin{bmatrix} P_{BA}^T P_{BA} & P_{BA}^T \\ -P_{BA} & I_{n_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_A \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{BA}^T P_{BA} & P_{BA}^T \\ -P_{BA} & I_{n_B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_A \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_A & \zeta^0 \\ X_B & \zeta^0 \end{bmatrix} \equiv 0.$$

Для выполнения четвертого свойства необходимо, чтобы

$$h = \left(\text{tz} \begin{bmatrix} P_{BA}^T P_{BA} & P_{BA}^T \\ -P_{BA} & I_{n_B} \end{bmatrix} \right)^{-1} = \left(\text{tz } P_{BA}^T P_{BA} + n_B \right)^{-1}$$

но ничто нам не мешает положить h именно таким. Следовательно, критерий регулярности есть нормированный квадратичный критерий качества модели, для него верна формула (1) и он может быть использован для оценивания несмещенных структур.

Критерий непротиворечивости дается формулой:

$$CB = h \|Y_A - Y_B\|^2 = h \|X_A \zeta_A - X_B \zeta_B\|^2$$

Легко убедиться, что

$$F_{CB} = h \begin{bmatrix} P_{WA}^T P_{WA} & -P_{WA}^T P_{WB} \\ -P_{WB}^T P_{WA} & P_{WB}^T P_{WB} \end{bmatrix}$$

где $h = (\text{tz } (P_{WA}^T P_{WA} + P_{WB}^T P_{WB}))^{-1}$, т.е. критерий непротиворечивости также является нормированным квадратичным критерием качества модели. В его основу положено естественное требование - чтобы оценки вектора Y^0 , построенные на множествах \mathbf{A} и \mathbf{B} , различались в наименьшей мере.

Отметим, что в литературе по МГУА это требование неоднократно подвергалось критике в связи с тем, что две "плохие" оценки вектора Y могут, тем не менее, мало отличаться друг от друга, что может в свою очередь привести к "плохой" оценке несмещенной структуры. Эта критика небезосновательна: в частности, в так называемых итерационных алгоритмах МГУА, о которых речь пойдет ниже, этот критерий применять нельзя. Но надо иметь в виду и то, что применение любого другого критерия может привести к выбору "плохой" оценки несмещенной структуры. Подробнее о вероятности этой ошибки можно прочитать в монографии А.Г.Ивахненко и Ю.П. Юрачковского (1987).

Существуют и другие критерии МГУА (Ивахненко, Степашко, 1985; Ивахненко, Юрачковский, 1987). Остаточную сумму квадратов, определяемую формулой

$$RSS = \|Y - Y^W\|^2 / (n - m),$$

было принято считать внутренним критерием. В противовес ему была также разработана система внешних критериев.

К сожалению, строгого определения понятия "внешний критерий" не существует. Одно из возможных определений состоит в следующем. Внешними критериями называют квадраты норм невязок векторов Y , Y_A , Y_B и (или) их оценок при следующем ограничении: оценки параметра ζ и квадрат норм невязок вычисляются на несовпадающих множествах. Иными словами, внешними являются критерии, которые предполагают развитие множества W на подмножества A и B . Приведенное определение не является общепринятым даже в рамках теории МГУА. Само возникновение термина "внешний критерий" обязано аналогии с термином "внешнее дополнение" (Бир, 1963). На ранних этапах развития теории МГУА эта аналогия служила косвенным обоснованием предпочтительности применения внешних критериев. В настоящее время стало ясно, что эта аналогия приводит к неверным выводам. Более того, сам термин "внешнее дополнение" определен не слишком строго (Бир, 1963), а ссылка на теорему Геделя о неполноте при обосновании целесообразности использования "принципа внешнего дополнения" представляется и вовсе неуместной. Что же касается предпочтительности тех или иных критериев при оценивании несмещенных структур, то, действительно, можно указать функционал, характеризующий качество критерия, в смысле которого критерии AR и CB, как правило, окажутся лучше, чем RSS, но еще лучше будет критерий не являющийся внешним, если следовать данному выше определению. К более подробному рассмотрению последнего утверждения мы еще возвратимся.

Итак, первой особенностью МГУА является использование специфических квадратичных критериев, второй - использование итерационных процедур для решения задачи по оптимизации выражения (2). Понятно, что если множество \mathfrak{R} конечно и состоит к тому же из небольшого числа элементов, то эту задачу можно решить простым перебором. Для этой цели, кстати, и предназначены так называемые комбинаторные алгоритмы МГУА. Но на них останавливаться не будем, а отошлем заинтересованного читателя к уже цитированным работам (Ивахненко, Степашко, 1985; Ивахненко, Юрачковский, 1987). Если же множество \mathfrak{R} хоть и конечно, но число элементов в нем велико, то полный перебор может оказаться практически невозможен. Нельзя осуществить перебор и в случае, когда \mathfrak{R} - бесконечное множество. Однако для двух весьма распространенных в регрессионном анализе множеств удастся построить итерационный алгоритм решения задачи оптимизации выражения (2). Этими множествами являются

$$\mathfrak{R}_L = \left\{ \sum_{j \in J} a_j v_j \right\}$$

где J - подмножество множества $\{0, 1, \dots, m\}$, и

$$\mathfrak{R}_p = \left\{ \sum_k a_j \prod_{j=1}^m v_j P_{kj} \right\}$$

где P_{kj} принимают значение 0, 1, 2, ..., m . В обоих случаях имеется в виду, что $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_m]^T$ и $v_0 = 1$. Легко увидеть, что \mathfrak{R}_L - множество многочленов степени 1 от переменных v_0, v_1, \dots, v_m , а \mathfrak{R}_p - множество произвольных многочленов от этих же переменных.

Формальное определение итерационного алгоритма МГУА дано в работе А.Г.Ивахненко и Ю.П.Юрачковского (1987) и здесь изложим его схему без излишней строгости.

Частной моделью $(r + 1)$ -й итерации назовем модель вида $\mathbf{a} \mathbf{z}_i(r) + \mathbf{b} \mathbf{z}_j(r)$ в случае, когда задача (2) решается для множества \mathfrak{R}_L , и вида $\mathbf{a} \mathbf{z}_i(r) + \mathbf{b} \mathbf{z}_j(r) \mathbf{z}_k(r)$ - для множества \mathfrak{R}_p . Здесь \mathbf{a} и \mathbf{b} - оценки скалярных параметров по методу наименьших квадратов, а $\mathbf{z}_i(r)$, $\mathbf{z}_j(r)$, $\mathbf{z}_k(r)$ - переменные r -й итерации. Переменными же r -й итерации являются некоторое число лучших, в смысле критерия CR, частных моделей $(r-1)$ -й итерации, а также переменные v_1, v_2, \dots, v_m ($v_0 = 1, v_{m+1} = 0$). Переменными нулевой итерации являются только $v_1, v_2, \dots, v_m, v_{m+1}$.

Работа алгоритма состоит в том, что, стартуя с нулевой итерации, он осуществляет описанный процесс перехода от итерации к итерации до тех пор, пока значение критерия для лучшей (в смысле этого же критерия) частной модели $(r+1)$ -й итерации будет не лучше, чем для лучшей частной модели r -й итерации.

Построенная таким образом модель является некоторой функцией переменных v_1, v_2, \dots, v_m , причем линейной по этим переменным, если частная модель имела вид $\mathbf{a} \mathbf{z}_i(r) + \mathbf{b} \mathbf{z}_j(r)$, и многочленом от этих переменных в ином случае. "Разворачивание" этой модели, т.е. представление ее в виде функции от v_1, v_2, \dots, v_m , а не в виде суперпозиции частных моделей, - это уже дело техники и здесь рассматриваться не будет. Скажем только, что в линейном случае проблема "разворачивания" решается тривиально, а в случае ее одночленов - при помощи так называемой нумерации многочленов (подробнее см.: Ивахненко, Юрачковский, 1987).

Возникает естественный вопрос: какими свойствами обладает построенная таким образом модель? На сегодняшний день имеется только одна содержательная теорема, частично проливающая свет на этот вопрос. Она состоит в том, что при CR = RSS алгоритм для множества \mathfrak{R}_L сходится к регрессионной модели (см.: Ивахненко, Юрачковский, 1987). Не ясно, к чему сходится алгоритм в случае применения внешних критериев МГУА, хотя известно, что он сходится (Ивахненко и др., 1976). Отсутствуют какие бы то ни было теоретические результаты по сходимости итерационных алгоритмов МГУА для множества \mathfrak{R}_p . Это все, так называемые, текущие проблемы МГУА.

Отметим также, что кроме описанных выше итерационных алгоритмов МГУА, существуют и другие, созданные как у нас в стране, так и за рубежом. Здесь нет возможности заняться не только их описанием, но и простым перечислением. Преимущественное число публикаций по новым алгоритмам МГУА приходится на журнал "Автоматика" (начиная с 1969 г.). Что касается зарубежных исследований в этой области, то они также весьма многочисленны (см., например: Self-Organizing Methods., 1984; Степашко, Юрачковский, 1986). Эти работы носят в основном прикладную направленность, а в небольшом числе теоретических работ вопросы сходимости итерационных алгоритмов МГУА почти не затрагиваются.

Иное положение дела в области решения другой ключевой проблемы МГУА - исследовании критериев качества моделей. Здесь имеется значительное число публикаций. В первую очередь это связано с тем, что указанная проблема представляет интерес не только для МГУА, а для всего регрессионного анализа. Однако выделим отсюда одну, специфическую для МГУА проблему. Зададимся вопросом: нужны ли внешние критерии,

хороши ли они? В 1982 г. в личной беседе с автором настоящего Приложения проф. В.В.Налимов сформулировал этот вопрос так: существует ли аксиоматика, в рамках которой разбиение множества W на подмножества A и B имеет статистический смысл? Представляется, что на сегодняшний день есть положительный ответ на этот вопрос.

Пусть требуется решить, какая из структур f_α или f_β является несмещенной. Если окажется, что структура f_β несмещенная, то естественно предпочесть из двух критериев тот, для которого выражение $E[CR_\alpha] - E[CR_\beta]$, фигурирующее в левой части неравенства (1), будет принимать большее значение. Обозначим как $Z(X_\beta)$ пространство, натянутое на вектор-столбцы матрицы X_β . Тогда величину

$$\delta(\alpha/\beta) = \min_{Y^0 \neq 0; Y^0 \in Z(X_\beta)} \frac{Y^{0T} F_\alpha Y^0 - Y^{0T} F_\beta Y^0}{Y^{0T} Y^0}$$

назовем различимостью структуры f_α против f_β и скажем, что из двух критериев тот лучше, для которого различимость больше. Оптимальный критерий естественно определить формулой.

$$F^*(\alpha/\beta) = \arg \max_{\{F_\alpha\}} \delta(\alpha/\beta) \quad (4)$$

Оказалось, что в смысле различимости внешние критерии лучше внутренних (Юрачковский, 1988), хотя наилучшим, очевидно, является оптимальный, для которого $F_\alpha = F^*(\alpha/\beta)$. Что же касается оптимального критерия, то он в смысле данного ранее определения не обязательно является внешним, что легко увидеть из формулы, дающей аналитическое решение задачи (4) (здесь мы приводим ее частный случай):

$$F^*(\alpha/\beta) = (tz(S^T N N^T S)^{-1})^{-1} N N^T S (S^T N N^T S)^{-2} S^T N N^T, \quad (5)$$

где S - матрица, столбцами которой являются векторы ортонормированного барьера пространства $Z(X_\beta)$; N - матрица, столбцами которой являются векторы ортонормированного базиса нуль-пространства матрицы X_α . Приведенная формула является частным случаем формулы, полученной ранее (Юрачковский, 1988); для ее справедливости требуется, чтобы ранг матрицы $S^T N N^T S$ был максимальным (в общем случае формула несколько сложнее для обозрения). Из формулы (5) легко видеть, что для достижения оптимального критерия разбиения выборки не требуется.

Упомянем здесь и о том, что наряду с задачей поиска несмещенной структуры в МГУА рассматривается также задача поиска наилучшей экстраполирующей модели. Качество модели в этой задаче характеризуется функционалом, который обозначают (Ермаков, Жиглявский, 1987):

$$J = E \|Y - Y^0\|^2. \quad (6)$$

Значение функции (6) зависит от σ^2 . Это обстоятельство приводит к тому, что если структура f_β несмещенная, а f_α - смещенная, но $\mu_\alpha < \mu_\beta$, то в предположениях $P1, P2'$ всегда найдется такое $\sigma^2_{\text{критич}}$, при которой (в диапазоне $\sigma^2 > \sigma^2_{\text{критич}}$) функционал J будет принимать для структуры f_β значение большее, чем для f_α . Этот факт широко известен в прикладном регрессионном анализе. Его теоретическому осмыслению и использованию для построения помехоустойчивых моделей посвящена книга А.Г.Ивахненко и В.С.Степашко (1985). В этом направлении возможности МГУА продолжают исследоваться.

В целом МГУА в настоящее время оформился в научное направление в рамках прикладного регрессионного анализа со своей специфической теоретической направленностью и широким полем практических приложений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абросов Н.С., Ковров Б.Г., Черепанов О.А.** Экологические механизмы сосуществования и видовой регуляции. - Новосибирск: Наука, 1982. - 301 с.
- Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж.** Теория сплайнов и ее приложения. - М.: Мир, 1977. - 349 с.
- Алгоритмы и программы восстановления зависимостей / Под ред. В.Н.Вапника. - М.: Наука, 1984. - 816 с.
- Алексеев В.В.** Динамические модели водных биогеоценозов // Человек и биосфера. Вып. 1. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. С. 3-137.
- Алексеев В.В., Корниловский А.Н.** Численное исследование стохастического поведения простой биологической системы // Биофизика - 1982. Т. 27. - Вып. 5. - С. 890-894.
- Андерсон Т.** Статистический анализ временных рядов. - М.: Мир, 1976. - 523 с.
- Ащепкова Л.Я., Гурман В.И., Кожова О.М.** Энергетическая модель пелагического сообщества оз. Байкал // Модели природных систем.- Новосибирск: Наука, 1978. - С. 51-56.
- Ащепкова Л.Я., Кожова О.М.** Прогноз динамики фитопланктона Байкала // Приемы прогнозирования экологических систем.- Новосибирск: Наука, 1985. - С. 29-56.
- Ащепкова Л.Я., Кожова О.М., Меншуткин В.В.** Модель сезонной динамики пелагического сообщества оз.Байкал // Модели природных систем. - Новосибирск: Наука, 1985. С. 57-64.
- Багров Н.А.** О комплексном методе прогнозов // Метеорология и гидрология. - 1962. - № 4. С. 14-21.
- Базыкин А.Д.** Математическая биофизика взаимодействующих популяций. - М.: Наука, 1985. - 180 с.
- Банди Б.** Методы оптимизации. - М.: Радио и связь, 1988. - 187 с.
- Бармин А.Н.** Динамика травянистой растительности дельты р. Волги в условиях возросшего водного стока: Автореф. дис. канд. биол. наук, Воронеж, 1993. - 16 с.
- Бартлетт М.С.** Введение в теорию случайных процессов. - М.: Изд-во иностр. лит., 1958. - 384 с.
- Беляев В.И.** Теория сложных геосистем. - Киев: Наук. думка, 1978. - 155 с.
- Беляев В.И., Ивахненко А.Г., Флейшман Б.С.** Имитация, самоорганизация и потенциальная эффективность // Автоматика.- 1979. - № 6. - С. 9-17.
- Беляев В.И., Ивахненко А.Г., Флейшман Б.С.** Кибернетические методы прогнозирования научно-технического прогресса // Автоматика. - 1986. - № 3. - С. 49-57.
- Бененсон И.Е., Жигальский О.А.** Зависимость демографических параметров популяции от плотности как возможная причина колебаний численности популяции полевок. Результаты имитационного моделирования // Экология. - 1982. - № 3. - С. 56-62.
- Бир С.** Кибернетика и управление производством. - М.: Физматгиз, 1963. - 274 с.
- Бокс Дж., Дженкинс Г.** Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. - М.: Мир, 1974. - 406 с.
- Большаков В.Н.** Экологическое прогнозирование. - М.: Знание, 1983. - 62 с.

Браун Х. Производство промышленных материалов человеком как процесс в биосфере // Биосфера. - М.: Мир. - 1972. - С. 170-182.

Бронштейн Е.М., Брусиловский П.М. Процедура формирования коллективного прогноза // Применение методов теории информации. - М.: Сов. радио, 1984. С. 66-67.

Брусиловский П.М. Становление математической биологии. - М.: Знание, 1985. - 62 с.

Брусиловский П.М. Коллективы предикторов в экологическом прогнозировании. - Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1987. - 104 с.

Брусиловский П.М., Гаев Л.В. Коллективные решения в задаче прогнозирования бинарных временных рядов // Изв. АН СССР. Сер. техн. киберн. - 1987. - № 3. - С. 75-81.

Брусиловский П.М., Розенберг Г.С. Проверка неадекватности имитационных моделей динамической системы с помощью алгоритмов МГУА // Автоматика. - 1981. - № 6. - С. 43-48.

Брусиловский П.М., Розенберг Г.С. Имитация, самоорганизация и экология. - Уфа: БФАН СССР, 1981. - 40 с.

Брусиловский П.М., Розенберг Г.С. Модельный штурм при исследовании экологических систем // Журн. общ. биол. - 1983. - Т. 44. - № 2. - С. 254-262.

Брусиловский П.М., Фридлянд А.М. Методические указания по использованию пакета программ "Анализ и прогноз временных рядов коллективом предикторов". - Уфа: Изд-во Уфим. авиац. ин-та, 1986. - 40 с.

Букатова И.Л. Эволюционное моделирование и его приложения. - М.: Наука, 1979. - 232 с.

Вайну Я.Я.-Ф. Корреляция рядов динамики. - М.: Статистика, 1977. - 119 с.

Валник В.Н. Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. - М.: Наука, 1979. - 415 с.

Венецкий И.Г., Кильдишев Г.С. Основы теории вероятностей и математической статистики. - М.: Статистика, 1968. - 360 с.

Венцель Е.С. Теория вероятностей. - М.: Наука, 1968. - 536 с.

Вернадский В.И. Биосфера. - М.: Мысль, 1967. - 347 с.

Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном и машине. - М.: Сов. радио, 1968. - 326 с.

Власова Т.И. Динамические модели некоторых планктонных видов Байкала // Гидробиологические и ихтиологические исследования в Восточной Сибири: Чтения памяти проф. М.М.Кожова. Вып. 1. - Иркутск, 1977. - С.146-151.

Выханду Л.К. Об исследовании многопризнаковых биологических систем // Применение математических методов в биологии. Т. III. - Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1964. С. 9-12.

Гаспарский В. Праксеологический анализ проектно-конструкторских разработок. - М.: Мир, 1978. - 172 с.

Герцекович Д.А., Топорков И.Г. Прогноз численности нерестовой популяции посольского омуля по биометрическим показателям // Прогнозирование экологических процессов. - Новосибирск: Наука, 1986. - С. 147-153.

Герцекович Д.А., Усов В.А. Выбор эффективных методов прогноза урожайности сельскохозяйственных культур по принципу внешнего дополнения // География и природные ресурсы. - 1982. - № 2. - С. 139-147.

Гильманов Т.Г. Математическое моделирование биогеохимических циклов в травяных экосистемах. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1978. - 169 с.

Горелик Н.А., Френкель А.А. Статистические проблемы экономического прогнозирования // Статистические методы анализа экономической динамики. - М.: Наука, 1983. С. 9-48.

Горелова В.Л., Мельникова Е.Н. Основы прогнозирования систем. - М.: Высшая школа, 1986. - 285 с.

Горстко А.Б. Математическая модель экосистемы Азовского моря. - М.: Знание, 1979. - 62 с.

Горстко А.В., Домбровский Ю.А., Задорожная Н.С. и др. Имитационное моделирование экосистемы оз. Байкал и ее антропогенных изменений // Модели природных систем. - Новосибирск: Наука, 1978. С. 65-85.

Гренандер У. Случайные процессы и статистические выводы. - М.:Изд. иностр. лит., 1961. - 167 с.

Гренджер К., Хатанака М. Спектральный анализ временных рядов в экономике. - М.: Статистика, 1972. - 167 с.

Груза Г.В., Ранькова Э.Я. Вероятностные метеорологические прогнозы. - Л.: Гидрометеиздат, 1983. - 267 с.

Груздев В.В. Анализ прогнозов численности полевых мышевидных грызунов // Бюл. МОИП, сер. биол. - 1980. - Т. 85. - Вып. 1. - С. 25-30.

Дайитбегов Д.М., Калмыкова О.В., Черепанов А.И. Программное обеспечение статистической обработки данных. - М.: Финансы и статистика, 1984. - 192 с.

Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его применение. Т.1. - М.: Мир, 1971. - 316 с.

Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. - М.: Статистика, 1973. - 392 с.

Енюков И.С. Методы, алгоритмы, программы многомерного статистического анализа. - М.: Финансы и статистика, 1986. - 230 с.

Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперимента. - М.: Наука, 1987. - 318 с.

Ершов Э.Б. Об одном методе объединения частных прогнозов // Статистический анализ экономических временных рядов и прогнозирование. - М.: Наука, 1975. С. 87-105.

Ефимов В.М., Галактионов Ю.К. О возможности прогнозирования циклических изменений численности млекопитающих // Журн. общ. биол. - 1983. - № 3. - С. 343 - 352.

Загоруйко Н.Г. и др. Пакет прикладных программ ОТЭКС. - М.: Наука, 1984. - 270 с.

Заде Л. Основы нового подхода к анализу сложных систем и процессов принятия решений // Математика сегодня. - М.: Знание, 1974. - С.5-49.

Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к понятию приближенных решений. - М.: Мир, 1976. - 165 с.

Зимбилевская Л.Н. Экосистемное гидробиологическое прогнозирование // Гидробиол. журн. - 1980. - № 2. - С. 30-35

Жуковский Е.Е., Брунова Т.И. Статистические методы оптимального комплексования альтернативных прогнозов // Применение статистических методов в метеорологии. - М.: Гидрометеиздат, 1978. - С. 40-50.

Ивахненко А.Г. Самообучающиеся системы распознавания и автоматического управления. - Киев: Техника, 1969. - 392 с.

Ивахненко А.Г. Системы эвристической самоорганизации в технической кибернетике. - Киев: Техника, 1971. - 372 с.

- Ивахненко А.Г.** Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. - Киев: Техника, 1975. - 312 с.
- Ивахненко А.Г.** Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем. - Киев: Наук. думка, 1982. - 296 с.
- Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитрова В.Д.** Принятие решений на основе самоорганизации. - М.: Сов. радио, 1976. - 275 с.
- Ивахненко А.Г., Кротов Г.И., Чеберкус В.И.** Многорядный алгоритм самоорганизации долгосрочных прогнозов (на примере экологической системы оз. Байкал) // Автоматика. - 1980. - № 4. - С. 28-47.
- Ивахненко А.Г., Степашко В.С.** Помехоустойчивость моделирования. - Киев: Наук. думка, 1985. - 212 с.
- Ивахненко А.Г., Юрачковский Ю.П.** Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. - М.: Радио и связь, 1987. - 120 с.
- Исаев А.С., Хлебопрос Р.Г., Недорезов Л.В. и др.** Динамика численности лесных насекомых. - Новосибирск: Наука, 1984. - 323 с.
- Кашьяр Р.Л., Рао А.Р.** Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. - М.: Наука. 1983. - 384 с.
- Кендалл М., Стьюарт А.** Статистические выводы и связи. - М.: Наука, 1973. - 899 с.
- Кендалл М., Стьюарт А.** Многомерный статистический анализ и временные ряды. - М.: Наука, 1978. - 618 с.
- Кибзун А.П.** Оптимизационные модели использования органических ресурсов: Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук, М., 1983. - 22 с.
- Кожова О.М.** Об ошибках прогнозов гидробиологического режима водохранилищ // Геологические и экологические прогнозы. - Новосибирск: Наука, 1984. - С. 158-164.
- Кожова О.М., Павлов Б.К.** Экологическое прогнозирование и состояние планктона Байкала // Изменчивость природных явлений во времени. - Новосибирск: Наука, 1982. - С. 141-152.
- Колмогоров А.Н.** Интерполяция и экстраполяция стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Сер. матем. - 1941. - Т. 5. - № 3. С. 18 - 24.
- Кононов К.Е., Розенберг Г.С.** Прогнозирование урожайности аласных сенокосов по гидрометеорологическим факторам методами самоорганизации // Биол. науки. - 1981. - № 3. - С. 99-104.
- Крамер Г.** Математические методы статистики. - М.: Изд-во иностр. лит., 1948. - 631 с.
- Крапивин В.Ф.** О теории живучести сложных систем. - М: Наука, 1978. - 248 с.
- Крапивин В.Ф., Свирежев Ю.М., Тарко А.М.** Математическое моделирование глобальных биосферных процессов.- М: Наука, 1982.- 270 с.
- Кудерский С.К.** О рыбных ресурсах водохранилищ Волжско-Камского каскада // Изв. ГосНИОРХ. - 1976. - Т.95. - С. 67 - 81.
- Кулагин Ю.З.** Лесообразующие виды, техногенез и прогнозирование. - М.: Наука, 1980а. - 116 с.
- Кулагин Ю.З.** К теории экологического прогнозирования // Экология. - 1980б. - № 5. - С. 36-41.
- Кулагин Ю.З.** Индустриальная дендрозоология и прогнозирование. - М.: Наука, 1985. - 117 с.
- Кун Т.** Структура научных революций. - М.: Прогресс. 1977, - 300 с.

Лбов Г.С. Выбор эффективной системы зависимых признаков // Вычислительные системы. Вып.19. - Новосибирск: Наука, 1965. - С. 21-34.

Левич А.П. Семпотические структуры в экологии или существует ли экологический код? // Человек и биосфера. Вып. 8. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. - С. 68-77.

Лизер С. Эконометрические методы и задачи. - М: Статистика, 1971. - 141 с.

Лисичкин В.А. Теория и практика прогностики. - М.: Наука. 1972. - 224 с.

Лит Х. Моделирование первичной продуктивности земного шара // Экология, 1974. - № 2. - С. 13-23.

Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. - М.:Наука, 1979. - С. 212.

Льюс Р.Д., Райфа Х. Игры и решения. - М.; Изд-во иностр. лит., 1961. - 642 с.

Максимов А.А. Многолетние колебания численности животных, их причины и прогноз. - Новосибирск: Наука, 1984.- 250 с.

Меншуткин В.В. Математическое моделирование популяций и сообществ водных животных. - Л.: Наука. 1971. - 196 с.

Методы прогнозирования вредителей и болезней сельскохозяйственных культур. - М.: Колос. 1978. - 270 с.

Миркин Б.М., Розенберг Г.С. Анализ мозаичности травянистых растительных сообществ. 2. Ценотический уровень // Биол. науки. - 1977. - № 2. - С. 121-126.

Михайловский Г.Е. Принципы экологического мониторинга водных сообществ// Человек и биосфера. Вып.8. - М.: Изд-во Моск.ун-та, 1983. - С. 55-67.

Моисеев Н.Н. Модели экологии и эволюции. - М.: Знание, 1983. - 62 с.

Моисеев Н.Н. Козэволюция человека и биосферы: кибернетические аспекты // Кибернетика и ноосфера. - М.: Наука, 1986. - С. 68-80.

Моисеев Н.Н., Александров А.А., Тарко А.М. Человек и биосфера. - М.: Наука, 1985. - 292 с.

Монин А.С. О природе турбулентности // Успехи физических наук. - 1978. - Т. 125. - Вып. 1. - С. 97-122.

Мостеллер Ф., Тьюки Дж. Анализ данных и регрессия. - М.: Финансы и статистика, 1982. - 30 с.

Нагель Э., Ньюмен Д. Теорема Геделя. - М.: Знание, 1970. - 62 с.

Налимов В.В. Теория эксперимента. - М.: Наука, 1971. - 207 с.

Налимов В.В. Вероятностная модель языка. - М.: Наука, 1979. - 302 с.

Налимов В.В. Анализ оснований экологического прогноза. Паттерн-анализ как ослабленный вариант прогноза // Человек и биосфера. Вып. 8. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. - С. 31-47.

Недорезов Л.В. Моделирование вспышек массовых размножений насекомых. - Новосибирск: Наука. 1986, - 125 с.

Николаев И.Н. К теории экологического прогнозирования лимнических экосистем // Водные ресурсы. - 1980. - № 5. - С. 100-109.

Носинова Б.У. Построение интерполирующих кубических сплайнов // Докл. АН УССР, сер. А. - 1977. - № 3. - С. 208-211.

Пакет прикладных программ "Методы анализа временных рядов" (ППП МАВР): Описание применения. - Калинин, 1984. - 47 с.

Пановский Г.А., Брайер Г.В. Статистические методы в метеорологии. - Л.: Гидрометеиздат, 1972. - 188 с.

Петропавловский Б.С., Семкин Б.И., Усольцева Л.А. Опыт изучения устойчивости типов растительности в планетарном масштабе для целей

фоновый мониторинг окружающей среды // Опыт и методы экологического мониторинга. - Пушино-на-Оке, 1978. - С. 60-63.

Прогностика. Терминология. Сборники рекомендуемых терминов. Вып. 92. - М.: Наука, 1978. - 32 с.

Проект Башкирского водохранилища на реке Белой. Конспект. - Ростов-на-Дону, 1985. - 35 с.

Пугачев В.С. Введение в теорию вероятности. - М.: Наука, 1968. - 368 с.

Рабочая книга по прогнозированию. - М.: Мысль. 1982. - 430 с.

Растригин Л.А., Эренштейн Р.Х. Метод коллективного распознавания. - М.: Энергоатомиздат, 1981. - 80 с.

Рвачев В.Л., Рвачев В.А. Теория приближений и атомарные функции. - М.: Знание, 1978. - 61 с.

Редкозубов С.А. Статистические методы прогнозирования в АСУ.- М.: Энергоатомиздат, 1981. - 150 с.

Резников А.П. Предсказание естественных процессов обучающейся системой. - Новосибирск: Наука, 1982. - 287 с.

Резолюция ноябрьской сессии, посвященной проблеме Волго-Каспия. - Л.: АН СССР, 1934. - 49 с.

Реймерс Н.Ф. Природопользование: Словарь-справочник. - М.: Мысль, 1990. - 637 с.

Розенберг Г.С. Математические модели экологического прогнозирования // Человек и биосфера. Вып. 8. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. С. 86-108.

Розенберг Г.С. Модели в фитоценологии. - М.: Наука, 1984. - 264 с.

Розенберг Г.С. Адекватность математического моделирования экологических систем // Экология. - 1989. - № 6. - С. 8-14.

Розенберг Г.С., Брусиловский П.М. Об адекватности экологического моделирования // Статистический анализ и математическое моделирование фитоценологических систем. - Уфа, 1982. - С. 6-17.

Розенберг Г.С., Мозговой Д.П. Узловые вопросы современной экологии: Учебн. пособие. - Тольятти, 1992. - 139 с.

Розенберг Г.С., Рудерман С.Ю. Анализ одной процедуры создания сообщений // Тез. докл. II Всесоюзн. конф. по техн. кибернетике. - М., 1969. - С. 11-12.

Розенберг Г.С., Феклистов П.А. О прогнозировании прироста сосны и ели методами регрессионного анализа // Лесн. журн. - 1981. - № 2. - С. 18-21.

Розенберг Г.С., Феклистов П.А. Прогнозирование годового прироста деревьев методами самоорганизации // Экология. - 1982. - № 4. - С. 43-50.

Розенберг Г.С., Шитиков В.К., Мозговой Д.П. Экологическая информатика: Учебн. пособие. - Самара: Из-во Самар. ун-та, 1993. - 151 с.

Самарский А.А. Что такое вычислительный эксперимент? // Наука и жизнь. - 1979. - № 3. - С. 27-33.

Саркисян С.А., Голованов Л.В. Прогнозирование развития больших систем. - М.: Статистика, 1975. - 192 с.

Саркисян С.А., Каспин В.И., Лисичкин В.А. и др. Теория прогнозирования и принятия решений. - М.: Высш. шк., 1977. - 351 с.

Свешников А.А. Прикладные методы случайных функций. - М.: Наука, 1968. - 172 с.

Свирижев Ю.М. Моделирование окружающей среды и проблема недостатка информации // Математические модели в экологии и генетике. - М.: Наука, 1981. - С. 17-22.

Свирижев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. - М.: Наука, 1978. - 350 с.

Семенов Н.А. Пакет прикладных программ для решения задач идентификации на основе регрессионных методов // Управляющие системы и машины. - 1984. - № 4. - С. 92-95.

Серебренников М.Г. Гармонический анализ. - М.;Л.: Огиз, Гостехиздат, 1948. - 504 с.

Серебренников М.Г., Первозванский А.А. Выявление скрытых периодичностей. - М.: Наука, 1965. - 244 с.

Слуцкий Е.Е. Сложение случайных причин как источник циклических процессов // Вопросы конъюнктуры. Т. III. Вып. 1. - М.: Финиздат НКФ, 1927. - С. 37-61.

Соколов В.Е. Предисловие // Экологическое прогнозирование. - М.: Наука, 1979. - С. 5-6.

Справочник по типовым программам моделирования / Под ред. А.Г.Ивахненко - Киев: Техника, 1980. - 184 с.

Степашко В.С., Юрачковский Ю.П. Развитие и принятие метода группового учета аргументов в США и Японии // Новые книги за рубежом. Серия А. - 1986. - № 8. - С. 35-38.

Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. - М.: Наука, 1978. - 248 с.

Тейл Г. Экономические прогнозы и принятие решений. - М.: Статистика, 1971. - 488 с.

Тинтнер Г. Введение в эконометрику. - М: Статистика, 1965. - 361 с.

Тихомиров В.Н. Некоторые вопросы теории приближений. - М.: Изд. Моск. ун-та, 1976. - 304 с.

Тутубалин В.Н. Статистическая обработка рядов наблюдений.- М.: Знание, 1983. - 64 с.

Уатт К. Экология и управление природными ресурсами. - М.: Мир, 1971. - 463 с.

Уиттекер Р. Сообщества и экосистемы. - М.: Прогресс, 1980. - 328 с.

Уфимов В.М., Галактионов Ю.К. О возможности прогнозирования циклических изменений численности млекопитающих // Журн. общ. биол. - 1983. - № 3. - С. 343-352.

Федоров В.Д. К стратегии экологического прогноза // Человек и биосфера. Вып. 8. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. - С. 4-30.

Флейшман Б.С. Основы системологии. - М.: Радио и связь, 1982. - 368 с.

Флейшман Б.С. Системология, системотехника и инженерная экология // Кибернетика и ноосфера. - М.: Наука, 1986. - С. 97-110.

Флейшман Б.С., Брусиловский П.М., Розенберг Г.С. О методах математического моделирования сложных систем // Системные исследования. Ежегодник. - М.: Наука, 1982. - С. 65-79.

Фогель Л., Оуэнс А., Уолш М. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование. - М.: Мир, 1969. - 230 с.

Форрестер Дж. Антиинтуитивное поведение сложных систем // Современные проблемы кибернетики. - М.: Знание, 1977. - С. 9-25.

Форрестер Дж. Мировая динамика. - М.: Наука, 1978. - 167 с.

Хеннан Э. Анализ временных рядов. - М.: Статистика, 1964. - 215 с.

Храбров Ю.Б. К вопросу о составлении прогнозов погоды комплексным методом // Тр. центр. ин-та погоды. - 1960. - Вып. 89. - С. 122 - 126.

- Цигичко В.Н.** Прогнозирование социально-экономических процессов. - М.: Финансы и статистика, 1986. - 205 с.
- Чеберкус В.И.** Прогнозирование векторных процессов скалярными гармоническими трендами // Автоматика. - 1985. - № 4. С. - 34-39.
- Четвериков Н.С.** О ложной корреляции // Ученые записки по статистике. Т. XVI. - М.: Наука, 1966. - С. 203-229.
- Шапиро А.П., Луппов С.П.** Рекуррентные уравнения в теории популяционной биологии. - М.: Наука, 1983. - 133 с.
- Шеннон Р.** Имитационное моделирование систем - искусство и наука. - М.: Мир, 1978. - 418 с.
- Эшби У.Р.** Математические модели и анализ на вычислительных машинах функций центральной нервной системы // Автоматика. - 1967. - № 1. - С. 57.
- Юл Дж., Кендалл М.** Теория статистики. - М.: Госстатиздат, 1960. - 780 с.
- Юрачковский Ю.П.** Аналитическое конструирование оптимальных квадратичных дискриминирующих критериев // Автоматика. - 1988. - № 1. - С. 3-11.
- Яглом А.М.** Корреляционная теория процессов со случайными стационарными n -ми приращениями // Математический сборник. - 1956. - Т. 37(79). - № 1. - С. 141-196.
- Яглом А.М., Пинскер М.С.** Случайные процессы со стационарными приращениями n -го порядка // Докл. АН СССР. - 1953. - Т. 90. - С. 385-388.
- Янтурин С.И.** Опыт количественного анализа влияния удобрений и погодных условий на горизонтальную структуру луга // Статистические методы анализа почв, растительности и их связи. - Уфа, 1978. - С. 149-165.
- Gabor D.** Cybernetics and the future of industrial civilization // J. Cybernetics. - 1971. - V. 2. - N 1. - P. 1-4.
- Bates J.M., Granger C.W.J.** The Combination of Forecast // Opl. Res. Q. - 1969. V. 20. - N 4. - P. 469-488.
- Dikinsen J.R.** Some comments of the Combination of Forecasts // Opl. Res. Q. - 1975. - V. 26. - N 1. - P. 205-210.
- Durbin J.** An alternative to the bounds tests for testing serial correlation in least squares regression // Economica. - 1969. - V. 37 - P. 64-81 .
- Efroimson M.A.** Multiple regression analysis // Mathematical Methods for Digital Computers. - 1960. - V. 1. - P. 191-203.
- Levins R.** Complex systems // Towards a Theoretical Biology: An IUBS Symposium. - Edinburgh: Drafts, 1970. - V. 3. - P. 67-75.
- Newbold R., Granger C.W.J.** Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts // J. R. Statist. Soc. A., - 1974. - V. 137, part 2. - P. 131-145.
- Makridakis S., Winkler R.L.** Averages of Forecasts: same empirical Results // Management Science. - 1983. - V. 29. - N 9. - P. 987-996.
- Schreiberg M.M., Miles G.E., Holt D.A., Bula R.J.** Sensitivity analysis of SIMED // Agron. J. - 1978. - V. 70, - N 1. - P. 105-108.
- Self-Organizing Methods in Modelling GMDH Type Algorithms / Ed. by S.J. Farlow. - N.Y.: Dekker, 1984. - 350 p.
- Steinhorst R.K., Hunt H.W., Innis G.S., Haydock K.P.** Sensitivity analysis of the ELM model // Grassland simulation model. - N.Y. et al.: Springer Verl., 1978. - P. 231-255.
- Tukey I.W.** Discussion emphasizing the connection between analysis of variance and spectrum analysis // Technometrics. - 1961. - V. 3. - P. 191.

Yule G.U. On a method of investigating periodicities in disturbed series with special reference to Wolfer's sunspot numbers // Phil. Trans. - 1927. - A228. - P. 267.

Walker G. On periodicity in series of related terms // Proc. Royal Soc. - 1953. - A131. - P. 518.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

БЛЕСК И НИЩЕТА ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ (вместо введения)

Глава 1. СПЕЦИФИКА ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

- 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
 - 1.1.1. Терминология и необходимые определения
 - 1.1.2. Классификация экологических прогнозов
 - 1.1.3. Экосистема как объект прогнозирования
- 1.2. ОСНОВНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
 - 1.2.1. Проблемы, индуцированные сбором и обработкой первичной информации
 - 1.2.2. Проблемы, порожденные сложностью экосистем и традиционной методологией экологического прогнозирования
 - 1.2.3. Проблемы создания коллективов предикторов

Глава 2. КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

- 2.1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА И АНАЛИЗ РЯДОВ ДИНАМИКИ
 - 2.1.1. Общие представления о динамических рядах
 - 2.1.2. Примеры временных рядов и их характеристики
 - 2.1.3. Пропуски, выбросы и разрывы временных рядов
 - 2.1.4. Выборочные статистические характеристики ряда
- 2.2. МЕТОДЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ТРЕНДА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
 - 2.2.1. Общие замечания
 - 2.2.2. Метод скользящих средних
 - 2.2.3. Медианное сглаживание
 - 2.2.4. Метод экспоненциального сглаживания
 - 2.2.5. Процедура сезонного экспоненциального сглаживания
 - 2.2.6. Частотные фильтры
 - 2.2.7. Тесты для оценки наличия тренда
 - 2.2.8. Параметрические модели тренда
- 2.3. АВТОКОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ И СПЕКТР
 - 2.3.1. Коэффициент автокорреляции и его оценка
 - 2.3.2. Автокорреляционные функции
 - 2.3.3. Критерий Дарбина-Уотсона
 - 2.3.4. Спектральный анализ
 - 2.3.5. Методы анализа периодичностей
- 2.4. СТОХАСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
 - 2.4.1. Основные типы стохастических моделей
 - 2.4.2. Этапы построения моделей
 - 2.4.3. Модель авторегрессии
 - 2.4.4. Модель скользящего среднего
 - 2.4.5. Модель Бокса-Дженкинса (АРИСС)
 - 2.4.6. Сезонная модель .

Глава 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕНДА ДИНАМИЧЕСКИХ РЯДОВ

- 3.1. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ ПОЛИНОМАМИ И СПЛАЙНАМИ

- 3.1.1. Оптимальная сложность моделей прогнозирования
- 3.1.2. Концепция минимизации среднего риска
- 3.1.3. Восстановление функций тренда в классе полиномов
- 3.1.4. Интерполяция временных рядов сплайнами
- 3.2. МЕТОДЫ САМООРГАНИЗАЦИИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕНДА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
 - 3.2.1. Построение уравнения регрессии с выбором информативных факторов
 - 3.2.2. Самоорганизация моделей по опытным данным
 - 3.2.3. Общая схема построения алгоритмов МГУА
 - 3.2.4. Получение полиномиальной модели тренда с помощью комбинаторного алгоритма МГУА
 - 3.2.5. Выделение гармонического тренда оптимальной сложности
- 3.3. МЕТОДЫ КОЛЛЕКТИВНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
 - 3.3.1. Идея и общая постановка задачи комплексации
 - 3.3.2. Классификация алгоритмов комплексации и примеры их использования

Глава 4. КОРРЕЛЯЦИЯ РЯДОВ ДИНАМИКИ

- 4.1. ОЦЕНКИ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ ПАР ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
 - 4.1.1. Общая концепция корреляционной связи
 - 4.1.2. Кросс-корреляционная функция
 - 4.1.3. Кросс-спектральный анализ
- 4.2. МОДЕЛИ МНОЖЕСТВЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
 - 4.2.1. Регрессионные модели временных рядов
 - 4.2.2. Многорядный алгоритм МГУА
 - 4.2.3. Коллективы многомерных экологических моделей

Глава 5. ПРОГНОЗ МАКРОСОСТОЯНИЙ КОМПОНЕНТ ЭКОСИСТЕМ

- 5.1. БИНАРИЗАЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ
- 5.2. ЭВОЛЮЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
- 5.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С ЭВОЛЮЦИОННЫМИ МОДЕЛЯМИ

АДЕКВАТНОСТЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ (вместо заключения)

ПРИЛОЖЕНИЕ. Юрачковский Ю.П. МЕТОД ГРУППОВОГО УЧЕТА АРГУМЕНТОВ: СТАТИСТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*Геннадий Самуилович Розенберг
Владимир Кириллович Шитиков
Павел Михайлович Брусиловский*

ЭКОЛОГИЧЕСКОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ
*(функциональные предикторы временных
рядов)*

*Отв. редактор В.В.Меншуткин Техн. редактор
О.Л.Носкова*